Projekt 4 – Optymalizacja płata

Projekt polega na optymalizacji obrysu płata samolotu projektowanego na przedmiocie BIPOL. Procedura optymalizacyjna jest uproszczona do dwóch zmiennych decyzyjnych. Niniejsze opracowanie pokazuje sposób optymalizacji ze względu na opór w warunkach przelotowych i zakłada, że zmiennymi decyzyjnymi są: rozpiętość płata i jego średnia cięciwa geometryczna. Przedstawiony algorytm można zmodyfikować, jeżeli zachodzi potrzeba, np. kiedy któryś z wymienionych parametrów jest ustalony z innych powodów. Należy wówczas wybrać inny parametr definiujący obrys płata lub wybrać inną funkcję celu.

Algorytm optymalizacji obrysu

Założenie: optymalizacji podlega obrys płata, którego parametrami (zmiennymi decyzyjnymi) są rozpiętość (b) oraz średnia cięciwa geometryczna (c_g). Wektor zamiennych decyzyjnych będzie zatem miał postać:

$$v = [v_0, v_1] = [b, c_g]$$

Opór całkowity możemy zdefiniować następująco:

$$D(v) = \frac{\rho V_c^2}{2} S(v)(C_{x0} + \frac{C_z^2(v)}{\pi \Lambda(v) e(v)})$$

gdzie:

$S(v) = bc_g = v_0 v_1$ - powierzchnia nośna

$\Lambda(v) = \dfrac{b^2}{S(v)}$ - wydłużenie geometryczne

$e(v) = 4.61(1 - 0.045\Lambda^{0.68}(v))\cos^{0.15}(\varphi_{LE}) - 3.1$ - współczynnik Oswalda (wg [1])

V_c – prędkość przelotowa

$C_Z(v) = \dfrac{2m(v)g}{\rho S(v) V_c^2}$ - współczynnik siły nośnej przy prędkości przelotowej

C_{x0} – współczynnik oporu minimalnego samolotu

ρ - gęstość powietrza

$m(v) = m_{bp} + m_p(v)$ - masa samolotu

$m_p(v) = 4.936 \cdot S(v)\Lambda^{0.3}(v)$ - masa płata nośnego

m_{bp} – masa samolotu (do przelotu) bez płata nośnego

ponadto definiujemy:

$C_{Z,V_{\min}}(v) = \dfrac{2m(v)g}{\rho S(v) V_{\min}^2}$ - współczynnik siły nośnej (przy prędkości minimalnej $V_{\min}$)

$C_{Z,\max}$ – maksymalny współczynnik siły nośnej.

Do minimalizacji siły oporu użyjemy metody kary (penalty method). Funkcja celu przybierze wtedy postać:

$$F(v) = D(v) + K(v)$$

gdzie funkcję kary zdefiniujemy następująco:

$$K(v) = \left[\frac{1}{C_{Z,\max} - C_Z(v)} - \frac{1}{C_{Z,\max} - C_{Z,V_{\min}}(v)} \right]^2$$

Przebieg obliczeń

Obliczenia zaczynamy od przyjęcia wartości początkowych zmiennych decyzyjnych, w prezentowanym przykładzie rozpiętości płata i średniej cięciwy geometrycznej. Wartości te przyjmujemy w oparciu o dane geometryczne założone w projekcie drugim. Wyrażenie na masę płata należy przyjąć zgodnie z zależnością przyjętą w projekcie drugim do analizy masowej samolotu.

Niech wektor zmiennych decyzyjnych przyjmie postać:

$$\mathbf{X}_0 = [b_0, c_{g,0}]$$

gdzie:

$b_0, c_{g,0}$ - wartości początkowe rozpiętości i cięciwy

Dokonujemy N obliczeń iteracyjnych wg zależności:

$$\mathbf{X}^q = \mathbf{X}^{q-1} + \alpha_q^* \mathbf{S}^q$$

gdzie:

$\mathbf{S}^q$ - wektor poszukiwań, możemy wyznaczyć z zależności:

$$\mathbf{S}^q = -\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{q-1})$$

$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{X})$ - gradient funkcji celu:

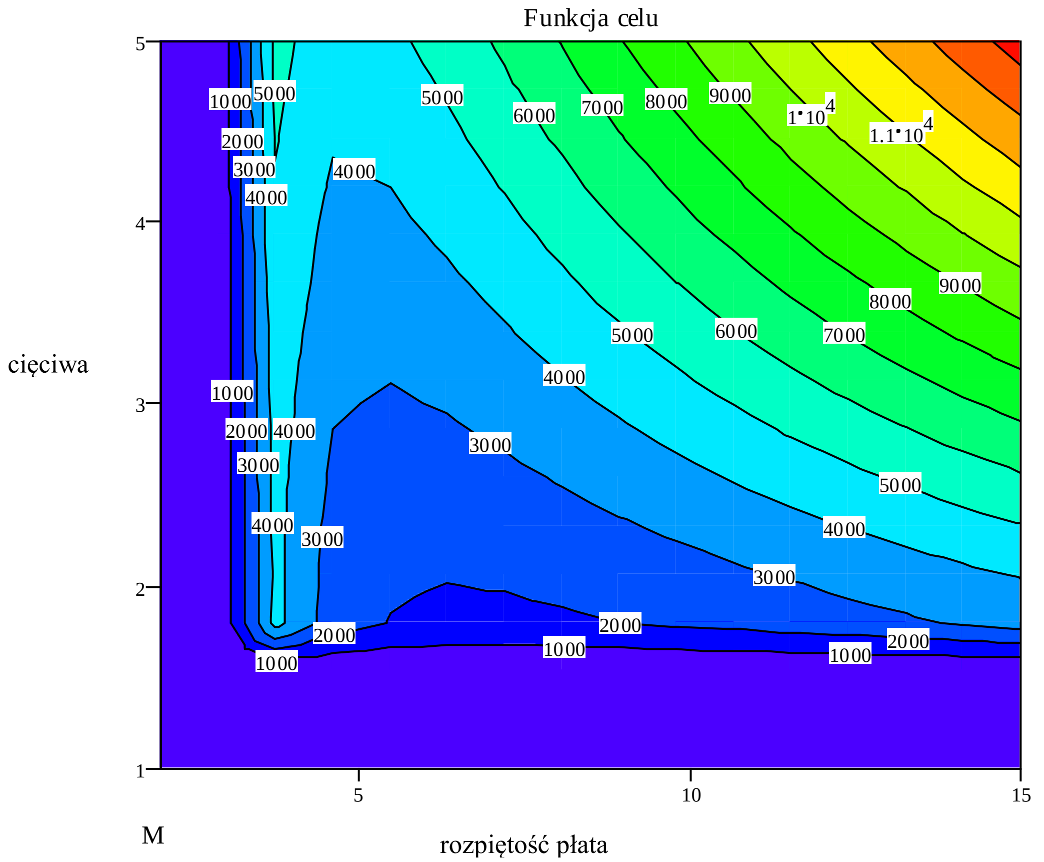
$$\nabla \mathbf{F}(X) = \begin{bmatrix} \partial F(\mathbf{X}) / \partial X_0 \\ \partial F(\mathbf{X}) / \partial X_1 \end{bmatrix}$$

α_q^* - odległość w kierunku wektora **S** którą zamierzamy przebyć w **q**-tej iteracji – można przyjąć wstępnie jako wektor jednostkowy

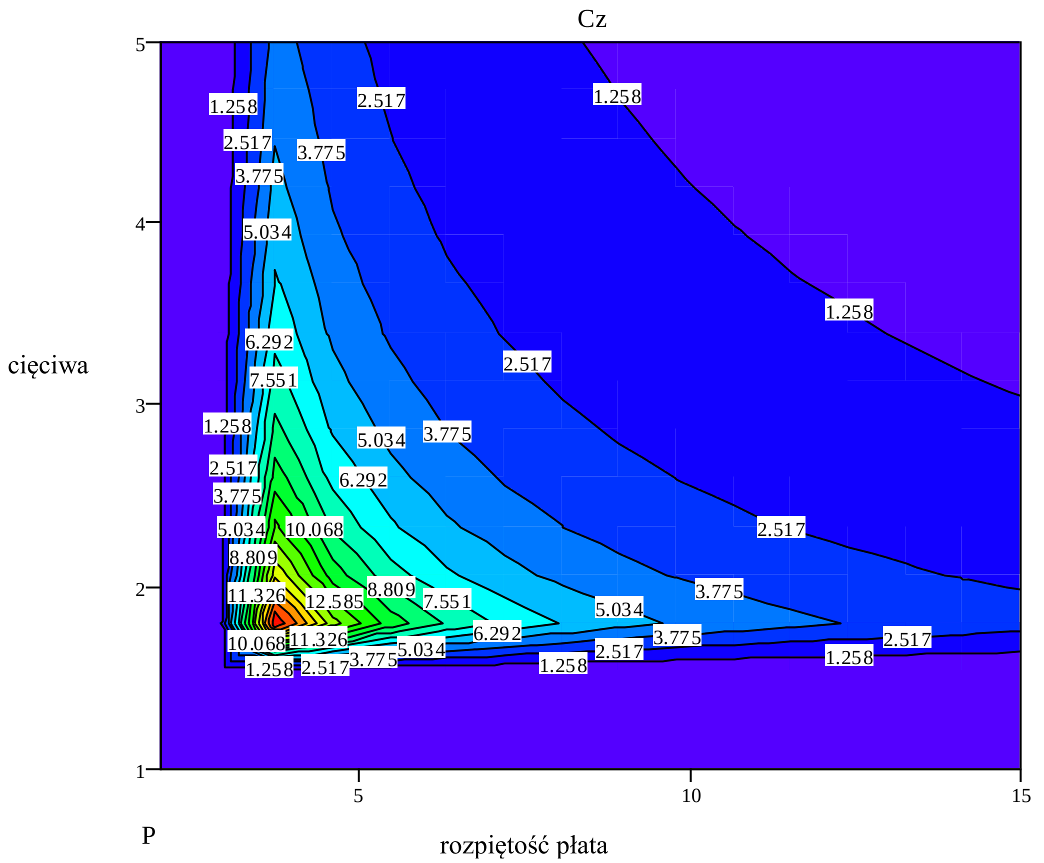
Pochodne cząstkowe funkcji celu można obliczyć numerycznie wg definicji ilorazu różnicowego, tzn.:

$$\partial F(X) / \partial x \cong \frac{F(X + \Delta x) - F(X - \Delta x)}{2\Delta x}$$

Obliczenia kończymy, gdy szukane wartości przestają się znacząco zmieniać w kolejnych iteracjach. Końcowym efektem pracy powinny być zoptymalizowane wartości zmiennych decyzyjnych. Należy również wykonać wykres funkcji celu w funkcji zmiennych decyzyjnych – w analizowanym przykładzie opór w funkcji rozpiętości i cięciwy oraz wykres wielkości stanowiącej więzy (w przykładzie maksymalny współczynnik siły nośnej równy 2.5). Przykłady wykresów są zamieszczone poniżej.



Rys.1 – Opór w funkcji rozpiętość i cięciwy



Rys.2 – Współczynnik siły nośnej przy prędkości minimalnej w funkcji rozpiętość i cięciwy

Uwagi końcowe:

1. Metoda kary nie jest metodą niezawodną. Otrzymane wyniki mogą zależeć silnie od przyjętego punktu startowego. Ponadto istnieje możliwość przekroczenia wartości granicznej więzów. Należy zatem sprawdzić czy takie przekroczenie nie nastąpiło (proces jest wtedy rozbieżny lub zbiega się poza więzami) i skorygować punkt startowy, względnie przekonstruować funkcję kary, tak aby iteracja była zbieżna i prowadziła do sensownych wyników.
2. Funkcja celu, przyjęta zależność na masę płata, funkcja kary mogą być przyjęte inaczej niż w omówionym przykładzie. Należy dokonać stosownych zmian, jeżeli prezentowany przykład nie odpowiada wymaganiom projektowanego samolotu. Szczegółowe omówienie każdego przypadku wymaga konsultacji z prowadzącym zajęcia.

Raport końcowy:
W ramach raport należy przedstawić:

- Dane geometryczne płata samolotu,
- Dane masowe i aerodynamiczne samolotu oraz prędkość minimalną samolotu,
- Przedstawić proces optymalizacji,
- Przedstawić wyniki końcowe, czyli zoptymalizowaną rozpiętość i cięciwę,
- Porównać wyniki końcowe z wartościami początkowymi.

Literatura:

1. Daniel P. Raymer: Aircraft Design, A conceptual Approach, AIAA 2004
2. Garret N. Vanderplaats: Numerical Optimization Techniqes for Engineering Design, McGraw-Hill, 1984