



OMNIS

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Optymalizacja w inżynierii lotniczej i kosmicznej

Wykład 9

Matematyczne podstawy optymalizacji 7

Metody Ewolucyjne – Strategie optymalizacyjne

1130-LK000-MSP-1037



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



OMNIS

Zagadnienia

- Wstęp:
 - Co to są strategie?
 - Geneza
 - Kluczowe mechanizmy działania
- Rodzaje strategii
 - strategia 1+1
 - strategia $\mu+\lambda$
- Przykłady
- Porównanie AG i SE
- Posumowanie – wady i zalety





W informatyce strategia ewolucyjna (ES) jest techniką **optymalizacji** opartą na ideach ewolucji. Należy do ogólnej klasy obliczeń ewolucyjnych lub metodologii sztucznej ewolucji. Technika optymalizacji „strategii ewolucyjnej” została stworzona na początku lat 60. i rozwinięta w latach 70. i później przez Ingo Rechenberga, Hansa-Paula Schwefela i ich współpracowników. Strategia ewolucyjnie stabilna (ESS) to strategia (lub zestaw strategii), która jest “nieprzepuszczalna”, gdy zostanie przyjęta przez populację w celu adaptacji do określonego środowiska, to znaczy, że nie może zostać zastąpiona alternatywną strategią (lub zestawem strategii), która może być nowa lub początkowo rzadka.





OMNIS

Wstęp - Geneza

ESS zostało wprowadzone przez Johna Maynarda Smitha i George'a R. Price'a w 1972 roku i jest ważną koncepcją w ekologii behawioralnej, psychologii ewolucyjnej, matematycznej teorii gier i ekonomii, z zastosowaniami w innych dziedzinach, takich jak antropologia, filozofia i nauki polityczne. W terminologii teorii gier, ESS jest równowagowym udoskonaleniem równowagi Nasha (film: Piękny umysł), będąc równowagą Nasha, która jest również „ewolucyjnie stabilna”. Tak więc, po ustaleniu w populacji, sama selekcja naturalna wystarcza, aby zapobiec zastąpieniu jej alternatywnymi (mutantnymi) strategiami (choć nie wyklucza to możliwości, że lepsza strategia lub zestaw strategii wyłoni się w odpowiedzi na naciski selekcyjne wynikające ze zmian środowiskowych).





OMNIS

Kluczowe mechanizmy działania

Reprezentacja osobników: Każdy osobnik składa się z parametrów rozwiązania oraz tzw. parametrów sterujących (np. kroku mutacji), które również podlegają ewolucji.

Mutacja: Jest głównym operatorem poszukiwań. Najczęściej polega na dodaniu do parametrów osobnika losowej wartości z rozkładu normalnego.

Rekombinacja (Krzyżowanie): Może polegać na uśrednianiu cech rodziców lub wymianie części wektorów parametrów.

Selekcja: Jest deterministyczna – wybiera się po prostu najlepsze osobniki na podstawie ich funkcji przystosowania





Główny podział Strategii Ewolucyjnych

- **(1+1)** : Najprostsza forma. Jeden rodzic generuje jednego potomka. Jeśli potomek jest lepszy lub tak samo dobry jak rodzic, zastępuje go w kolejnej iteracji.
- **($\mu+\lambda$)** : Populacja nowej generacji (rozmiaru μ) jest wybierana spośród wszystkich μ rodziców i λ potomków. Jest to strategia elitarystyczna, która pozwala na nieskończone długie przeżycie najlepszych osobników.
- **(μ, λ)** : Populacja nowej generacji jest wybierana wyłącznie spośród λ potomków (zakłada się, że $\lambda > \mu$). Rodzice zawsze giną. Taka strategia pozwala algorytmowi na "ucieczkę" z optimów lokalnych i lepszą adaptację do zmieniającego się otoczenia.





OMNIS

Strategia (1+1) - cechy

Przetwarzany jest tylko jeden wektor bazowy (rodzic)

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$$

W każdej generacji w wyniku mutacji powstaje nowy osobnik (wektor)

$$y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$$

W wyniku porównania wartości funkcji przystosowania $F(x)$ oraz $F(y)$ wybierany jest lepszy z nich i staje się on nowym chromosomem bazowym (*wektorem bazowym*).

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$$





OMNIS

Strategia (1+1)

Wektor/Chromosom y powstaje przez dodanie do każdego z genów chromosomu x pewnej liczby losowej, generowanej zgodnie z rozkładem normalnym

$$y_i = x_i + \sigma N_i(0,1)$$

gdzie:

y_i oznacza i -tą zmienną wektora y ,

x_i oznacza i -tą zmienną wektora x ,

σ to parametr określający zasięg mutacji,

$N_i(0,1)$ to liczba losowa generowana zgodnie z rozkładem normalnym dla i -tej zmiennej





OMNIS

Strategia (1+1) – rozkład normalny

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Plansza Galtona:
Tablica Galtona, znana również jako pudełko Galtona lub kwinkunks lub maszyna fasoli, to urządzenie wynalezione przez Sir Francisa Galtona w celu zademonstrowania centralnego twierdzenia granicznego, w szczególności, że przy wystarczającej wielkości próby rozkład dwumianowy przybliży rozkład normalny. Wśród jego zastosowań, zapewniło wgląd w regresję do średniej lub „powrót do przeciętności”



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



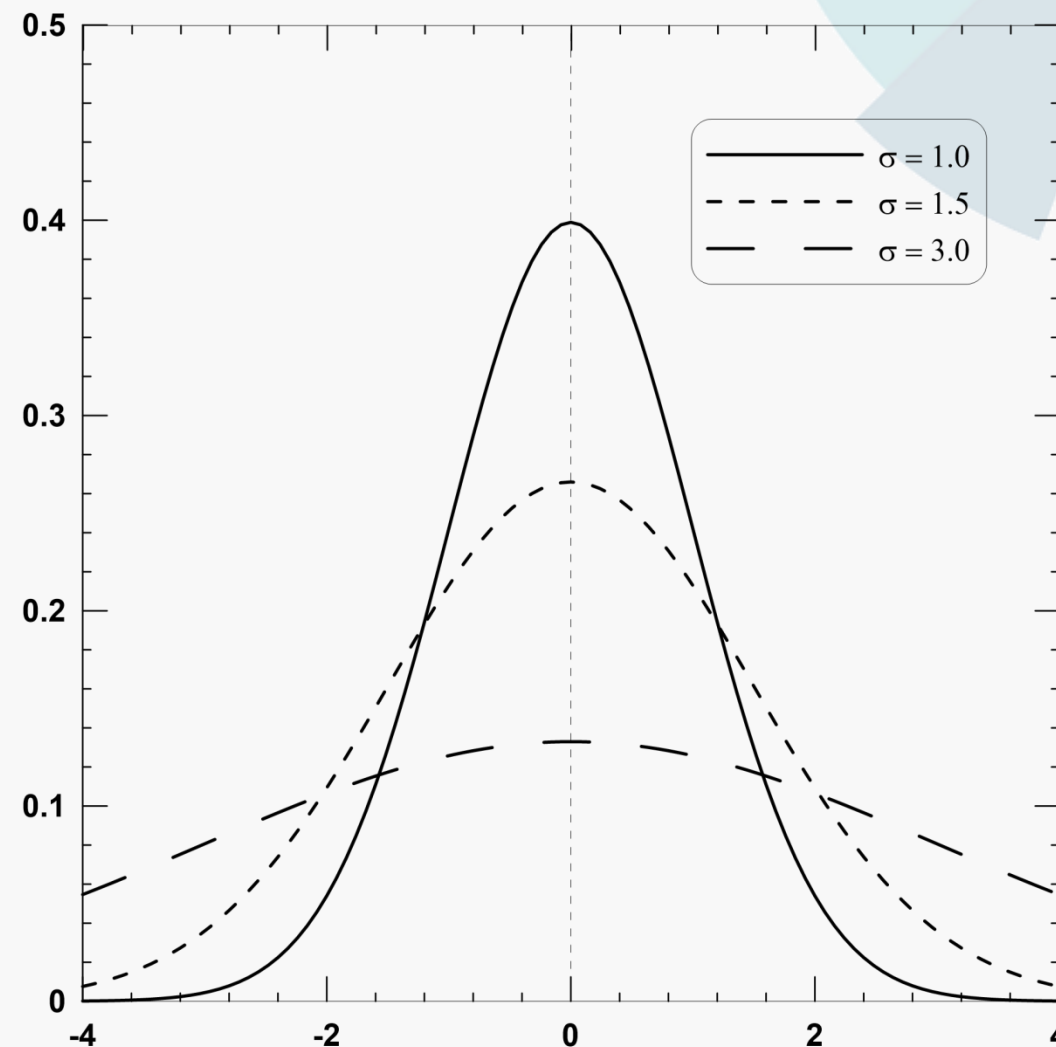
Politechnika Warszawska



Wartości początkowe:

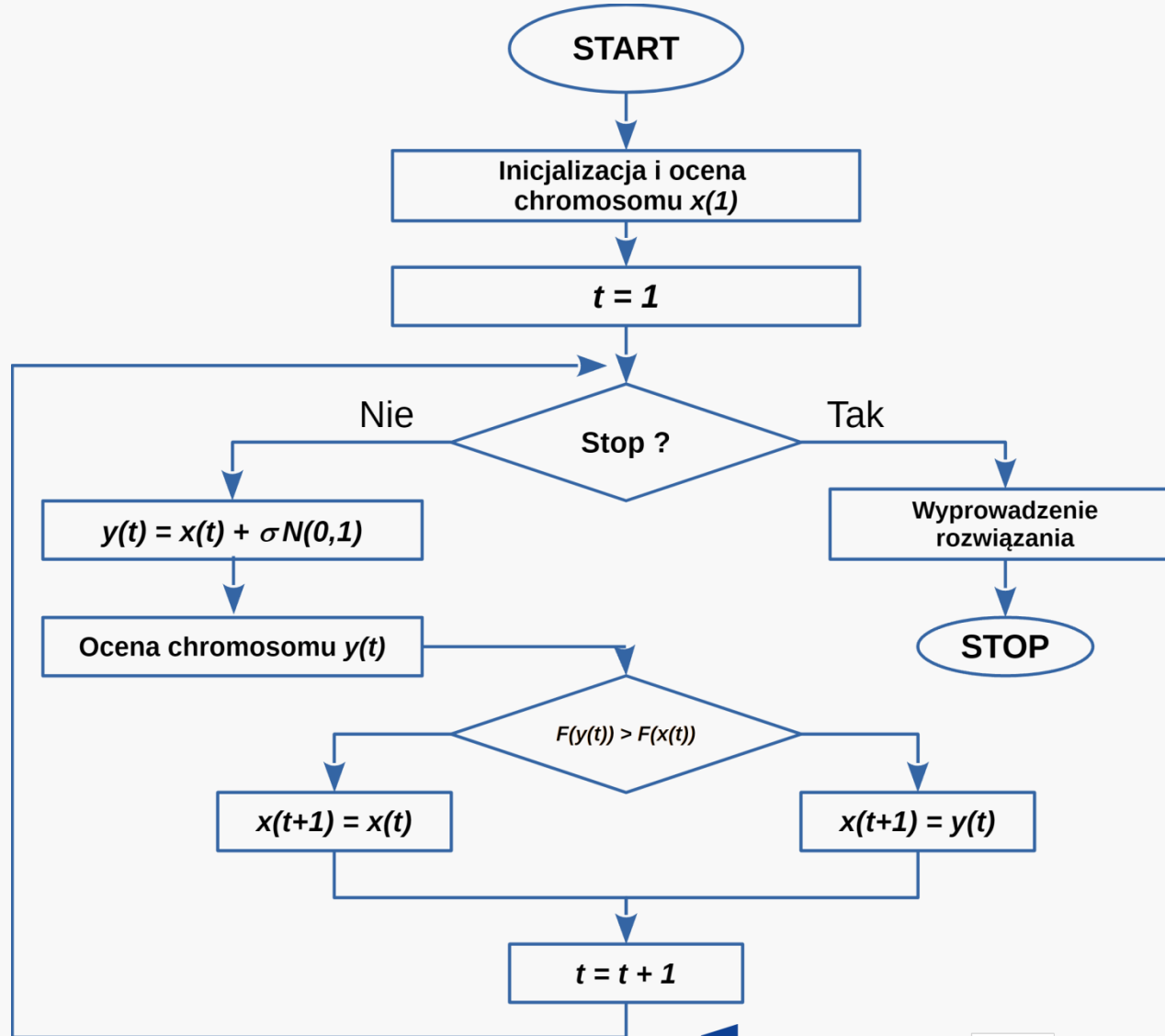
wartość oczekiwana $\mu = 0$,
odchylenie standardowe $\sigma = 1$

$$p_{\mu, \sigma}(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$





Strategia (1+1) – schemat





OMNIS

Strategia (1+1) – zasięg mutacji

Adaptacji podlega zasięg mutacji tzn. parametr σ .

Stosuje się w tym celu tzw. *regułę 1/5 sukcesów*.

Najlepsze rezultaty w poszukiwaniu optymalnego rozwiązania uzyskuje się, gdy relacja między udanymi a wszystkimi mutacjami wynosi dokładnie 1/5.

Gdy przez kolejnych **k** generacji stosunek udanych mutacji do wszystkich mutacji przewyższa wartość 1/5, wtedy zwiększamy wartość parametru σ .

Gdy stosunek ten jest mniejszy od 1/5, wtedy zasięg mutacji jest zmniejszany.





OMNIS

Strategia (1+1) - reguła 1/5 sukcesów

$$\sigma' = \begin{cases} c_1 \cdot \sigma & \text{dla } \varphi(k) < 1/5 \\ c_2 \cdot \sigma & \text{dla } \varphi(k) > 1/5 \\ \sigma & \text{dla } \varphi(k) = 1/5 \end{cases}$$

współczynniki c_1 oraz c_2 regulują szybkość wzrostu lub zmniejszania zasięgu mutacji σ .

Typowe wartości: $c_1 = 0.82$ oraz $c_2 = 1/c_1 = 1.2$.

Początkową wartość parametru σ można ustalić na $\sigma = 1$, natomiast $k = 5$.



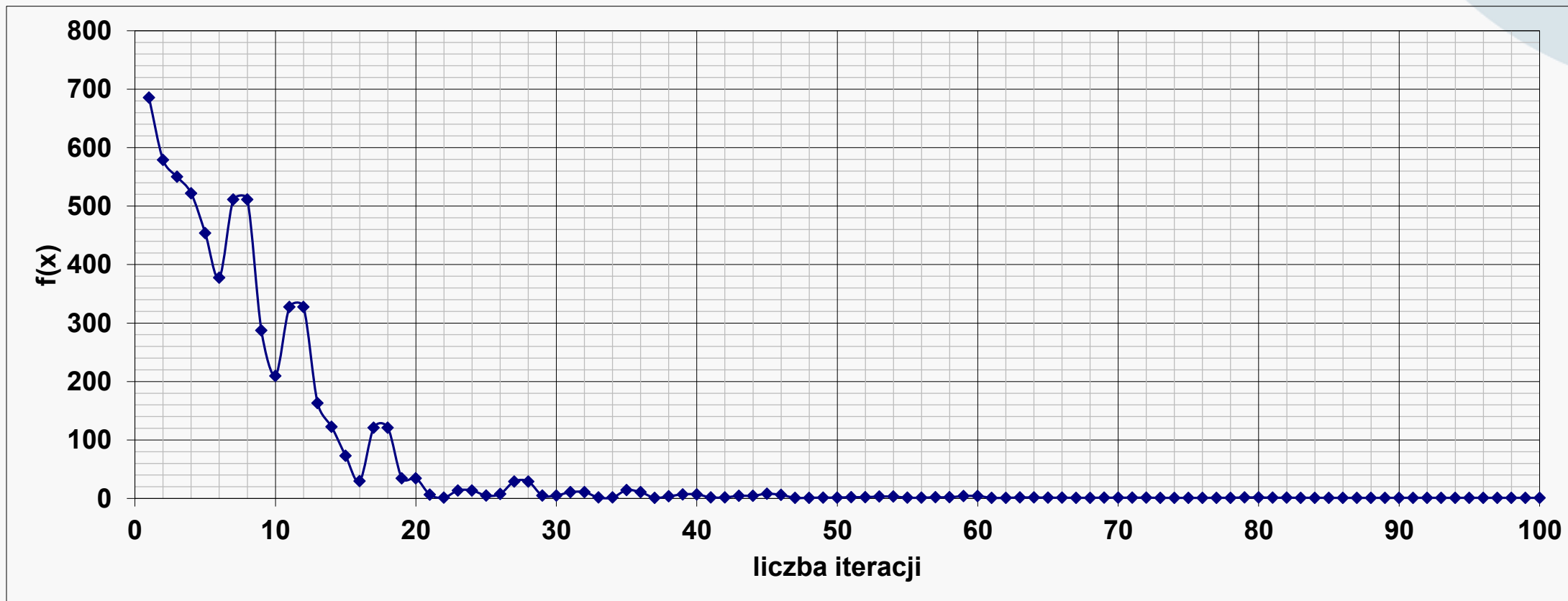


OMNIS

Strategia (1+1) – Przykład

Przykład: $f(x)=2x^2+1$ - wartość funkcji

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.



Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita Polska

Dofinansowane przez Unię Europejską



Politechnika Warszawska

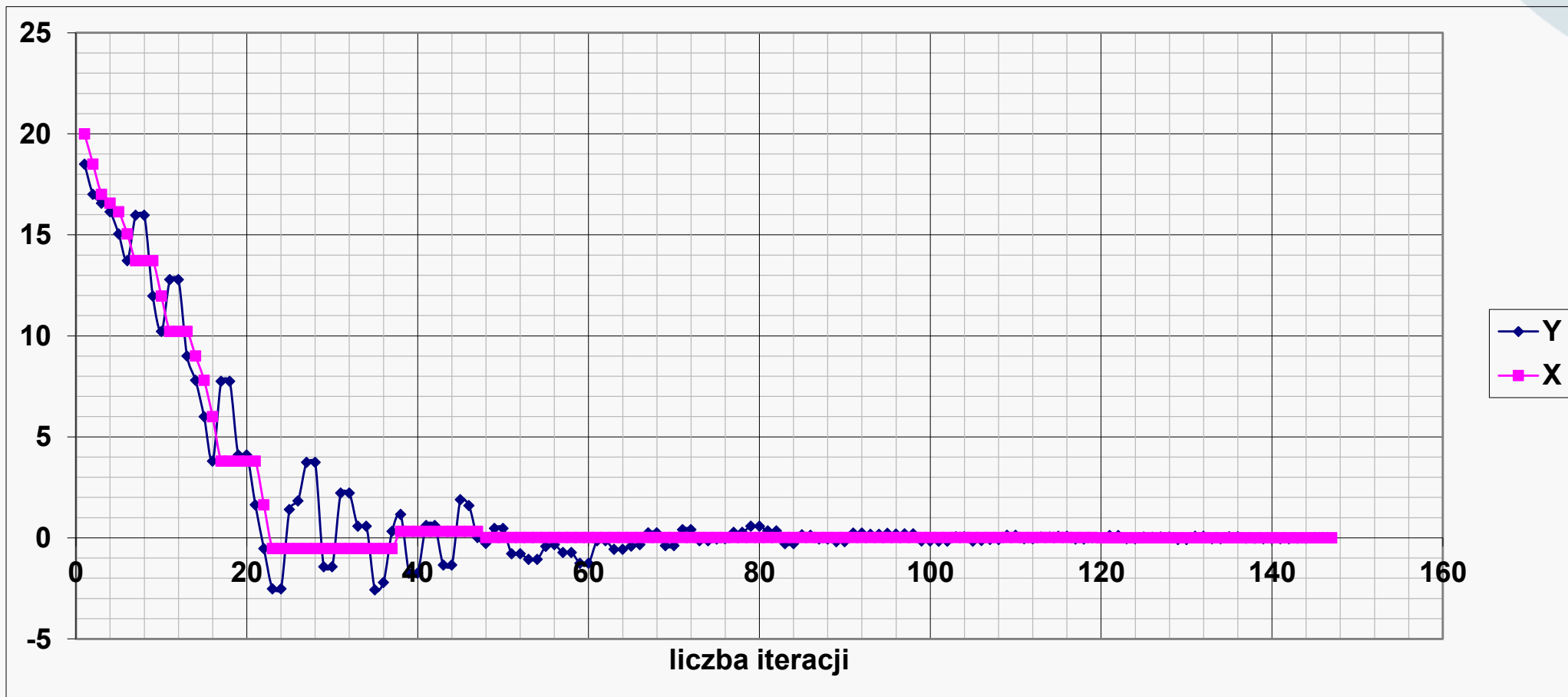


OMNIS

Strategia (1+1) – Przykład

Przykład: $f(x)=2x^2+1$ - generacja rodzicielska i potomna

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.



Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita Polska

Dofinansowane przez Unię Europejską



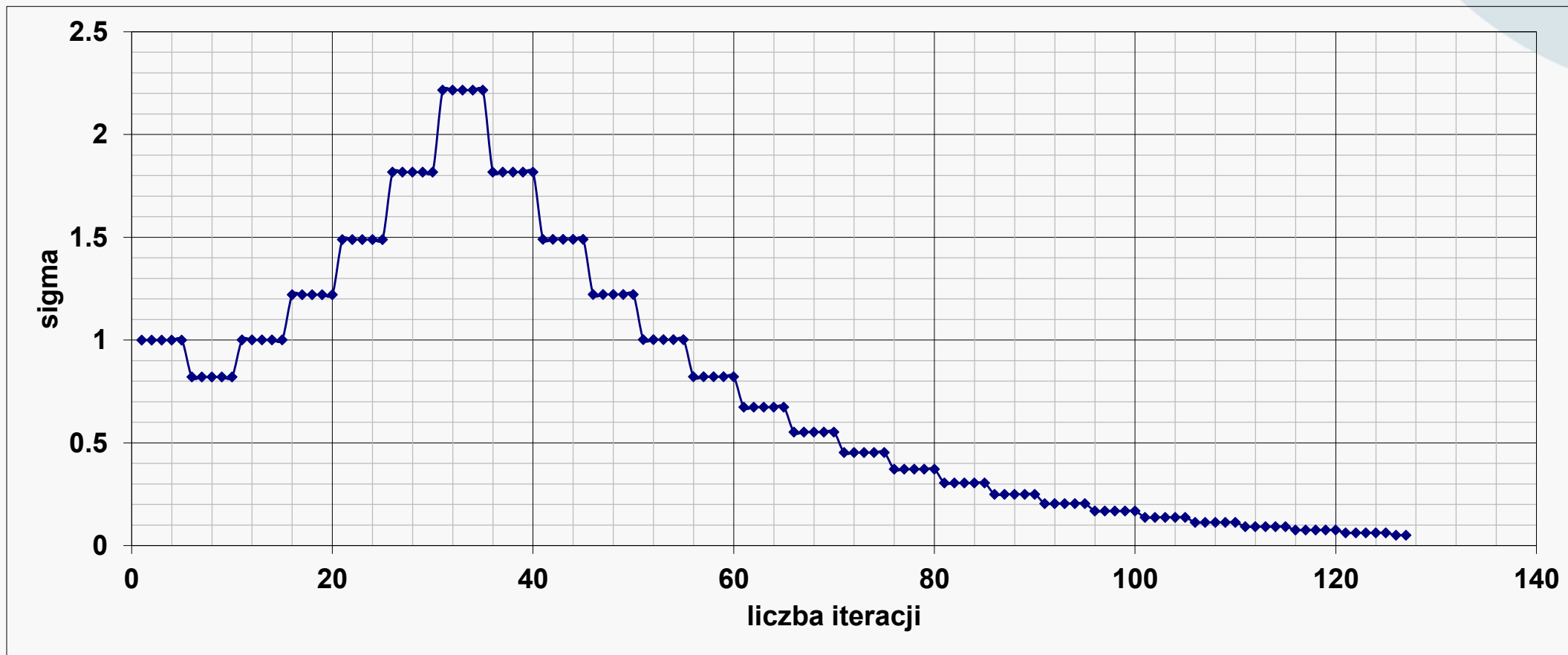
Politechnika Warszawska



OMNIS

Strategia (1+1) – Przykład

Przykład: $f(x) = 2x^2 + 1$ - zasięg mutacji



Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.



Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita Polska

Dofinansowane przez Unię Europejską



Politechnika Warszawska



OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$) – Główne cechy

Strategia ($\mu + \lambda$) jest rozwinięciem strategii ($1 + 1$).
Algorytm ten operuje na większej liczbie osobników i w związku z tym łatwiej utrzymuje różnorodność genotypów. Pozwala to unikać optimów lokalnych.
Algorytm zaczyna się od losowego wygenerowania początkowej populacji rodzicielskiej P , zawierającej μ osobników





OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$)

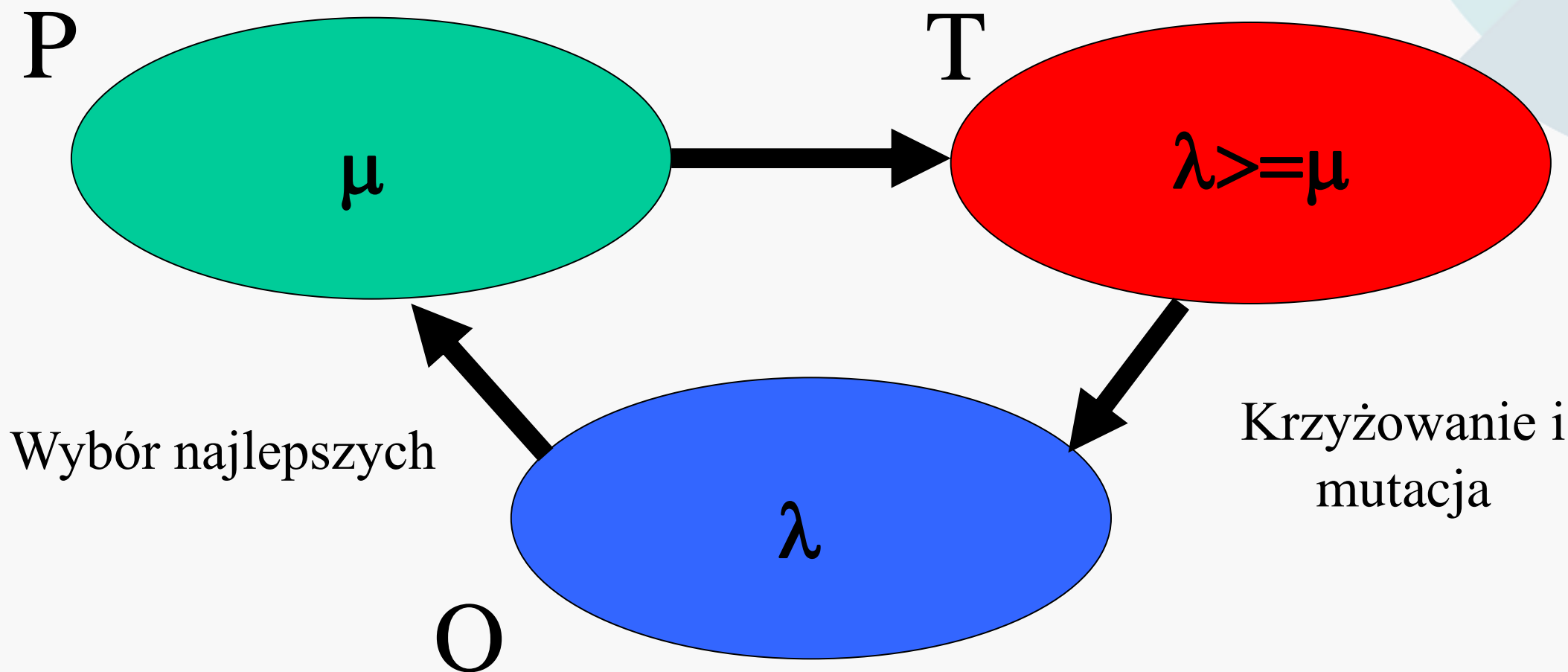
Następnie tworzona jest, poprzez reprodukcję, populacja tymczasowa T zawierająca λ osobników, przy czym $\lambda \geq \mu$. Reprodukacja polega na wielokrotnym losowym wyborze λ osobników z populacji P (losowanie ze zwracaniem) i umieszczenie ich w populacji tymczasowej T . (Brak nacisku selekcyjnego.) Osobnicy z T podlegają krzyżowaniu i mutacji, w wyniku czego powstaje populacja O , również o liczności λ . Ostatnim krokiem jest wybór μ najlepszych potomków z obydwu populacji P oraz O , które będą stanowić nową populację rodzicielską.





OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$)



Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.





OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$)

Strategia ($\mu+\lambda$) również wykorzystuje samoczynną adaptację zasięgu mutacji zgodnie z *metodą 1/5 sukcesów*.

Każdy osobnik posiada dodatkowy chromosom σ , zawierający wartości standardowych odchyleń wykorzystywanych podczas mutacji poszczególnych genów chromosomu x .

Dodatkowo wprowadzono operator krzyżowania.

Ważne jest, że operacjom genetycznym ulegają obydwie chromosomy, zarówno wektor zmiennych niezależnych x , jak i wektor odchyleń standardowych σ .





OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$) - Operatory

Krzyżowanie

Polega na wylosowaniu dwóch osobników i wymianie bądź uśrednieniu wartości ich genów.

Dwa nowe osobniki zastępują swoich rodziców.

Występuje:

Krzyżowanie – wymiana

Krzyżowanie – uśrednianie

Mutacja - metoda 1/5 sukcesów





Rodzic 1 $(x^1, \sigma^1) = ([x_1^1, \dots, x_n^1], [\sigma_1^1, \dots, \sigma_n^1])$

Rodzic 2 $(x^2, \sigma^2) = ([x_1^2, \dots, x_n^2], [\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2])$

Potomek $(x', \sigma') = ([x_1^{q_1}, \dots, x_n^{q_n}], [\sigma_1^{q_1}, \dots, \sigma_n^{q_n}])$

gdzie $q_i = 1$ lub $q_i = 2$, tzn. każdy gen pochodzi z pierwszego lub drugiego wybranego rodzica





Rodzic 1 $(x^1, \sigma^1) = ([x_1^1, \dots, x_n^1], [\sigma_1^1, \dots, \sigma_n^1])$

Rodzic 2 $(x^2, \sigma^2) = ([x_1^2, \dots, x_n^2], [\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2])$

Potomek:

$$(x', \sigma') = ([(x_1^1 + x_1^2) / 2, \dots, (x_n^1 + x_n^2) / 2], [(\sigma_1^1 + \sigma_1^2) / 2, \dots, (\sigma_n^1 + \sigma_n^2) / 2])$$



OMNIS

Strategia ($\mu+\lambda$) - Mutacja

Wykonywana jest na pojedynczym osobniku. Jako pierwszy poddawany jest mutacji chromosom $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$

$$\sigma'_i = \sigma_i \exp\left(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1)\right)$$

gdzie n to długość chromosomu,

$N(\mathbf{0},1)$ to liczba losowa rozkładu normalnego losowana raz dla całego chromosomu,

$N_i(\mathbf{0},1)$ to liczba losowa z rozkładu normalnego losowana osobno dla każdego genu (składowej wektora).



$$\sigma'_i = \sigma_i \exp\left(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1)\right)$$

τ oraz τ' to parametry strategii ewolucyjnej mające wpływ na zbieżność algorytmu.

$$\tau' = \frac{C}{\sqrt{2n}} \quad \tau = \frac{C}{\sqrt{2\sqrt{n}}}$$

C najczęściej ma wartość 1.





Nowe zakresy mutacji $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ wpływają na zmianę wartości x_i

$$x'_i = x_i + \sigma_i \cdot N_i(0,1)$$

$N_i(0,1)$ to liczba losowa rozkładu normalnego losowana dla każdego genu w chromosomie.

Zmiana parametrów $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ pozwala na samoadaptację procesu mutacji.





OMNIS

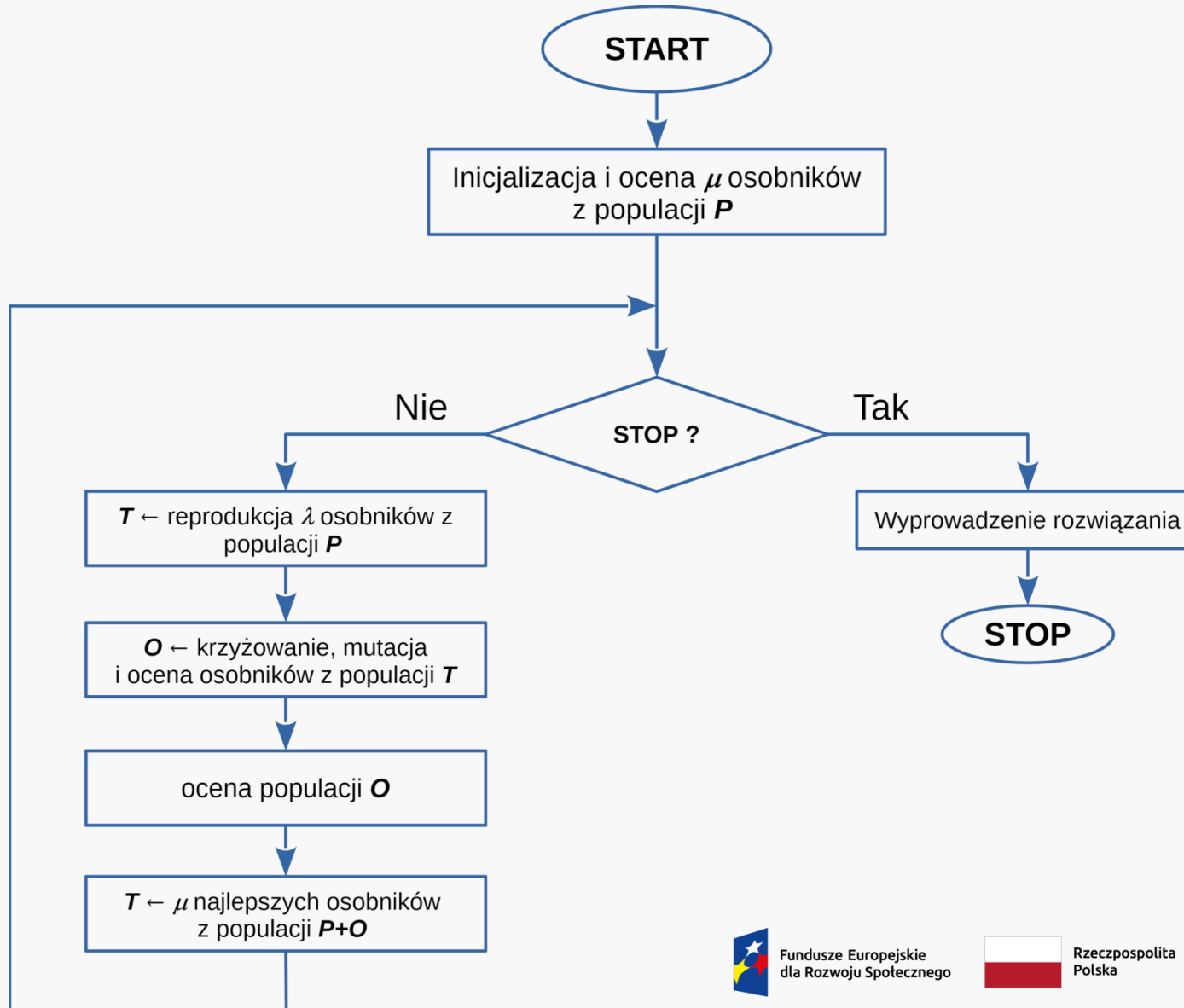
Strategia ($\mu+\lambda$) - Mutacja

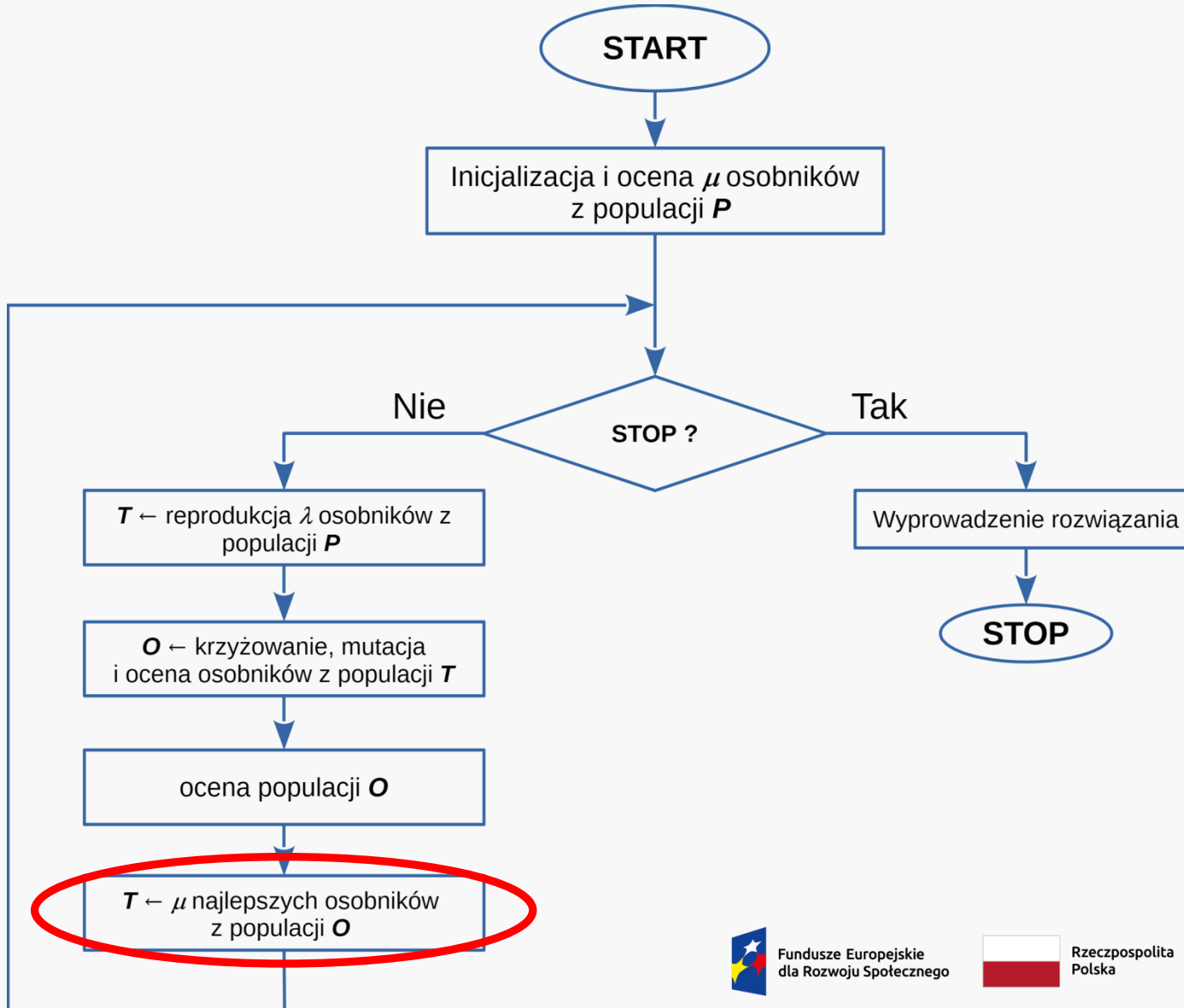
Zmiana parametrów $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]$ pozwala na samoadaptację procesu mutacji. Samoadaptacja to unikalna cecha strategii ewolucyjnych. Parametry mutacji nie są stałe, lecz są częścią osobnika (kodowane w jego chromosomie) i podlegają ewolucji wraz z rozwiązaniem. Dzięki temu algorytm sam uczy się, jak duże zmiany są potrzebne w danej fazie optymalizacji.

Często można zaobserwować początkowy wzrost mutacji co można odczytać jako zwiększenie różnorodności populacji a tym samym poszerzenie zakresu poszukiwań.

Zaraz potem następuje gwałtowny spadek i zmniejszają się różnice w chromosomach wywoływane operatorem genetycznym. Osobniki zaczynają oscylować wokół ostatecznego rozwiązania.









OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Podobieństwa:

- Obie metody działają na populacjach rozwiązań
- Obie metody wykorzystują zasadę selekcji i przetwarzania osobników najlepiej przystosowanych



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Różnice - Reprezentacja osobników

- **Klasyczne GA** – kodowanie binarne
- **ES** – wektory liczb zmiennoprzecinkowych



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Różnice – Selekcja:

- **Klasyczne GA** – do nowej populacji wybierana jest pewna liczba osobników odpowiadająca liczebnością populacji rodzicielskiej; następuje to poprzez losowanie, gdzie prawdopodobieństwo wylosowania osobnika jest uzależnione (niekoniecznie proporcjonalne) od jego wartości funkcji przystosowania. Najgorsze chromosomy mogą być wylosowane.
- **ES** – tworzona jest tymczasowa populacja, a jej wielkość różni się do rozmiaru populacji rodzicielskiej. Kolejna populacja powstaje przez wybór najlepszych osobników.





OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Różnice – Selekcja:

- **Klasyczne GA** – lepiej przystosowane osobniki mogą być wybrane kilkakrotnie
- **ES** – osobniki wybierane są bez powtórzeń; selekcja jest deterministyczna



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Różnice – Kolejność procedur selekcji i rekombinacji:

- **Klasyczne GA** – najpierw selekcja, potem rekombinacja
- **ES** – najpierw rekombinacja, potem selekcja. Potomek jest wynikiem krzyżowania dwóch rodziców i mutacji. Niekiedy stosuje się jedynie mutację. Utworzona zostaje populacja tymczasowa, która podlega selekcji, która redukuje rozmiar tej populacji do rozmiaru populacji rodziców.





OMNIS

Strategie Ewolucyjne vs. Algorytmy Genetyczne

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Różnice – Parametry operatorów krzyżowania i mutacji:

- **Klasyczne GA** – stałe przez cały przebieg algorytmu i wspólne dla wszystkich osobników
- **ES** – ulegają ciągłej zmianie (samoadaptacja parametrów).



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



- **Wysoka skuteczność w optymalizacji:** Są uodpornione na utknięcie w lokalnych optimach (w przeciwieństwie do metod gradientowych).
- **Wszechstronność (uniwersalność):** Mogą być stosowane w różnych dziedzinach, takich jak inżynieria, bioinformatyka czy zarządzanie.
- **Brak wymagań co do funkcji celu:** Nie wymagają, aby funkcja celu była ciągła, różniczkowalna czy wypukła.
- **Brak zależności od punktu startowego:** Poszukiwanie zaczyna się od wielu punktów (populacji), co zwiększa szansę na znalezienie globalnego optimum.
- **Samoadaptacja:** Strategie ewolucyjne potrafią same dostosowywać swoje parametry (np. siłę mutacji) w trakcie działania, co pozwala na automatyczne dostosowanie się do krajobrazu przeszukiwań.
- **Naturalna paralelność:** Ze względu na to, że ocena osobników odbywa się niezależnie, algorytmy te można łatwo zrównoleglić.





OMNIS

Strategie ewolucyjne - wady

- **Czasochłonność obliczeń:** Wymagają wielu ocen funkcji celu, co może być kosztowne dla złożonych problemów.
- **Heurystyczny charakter:** Nie dają gwarancji znalezienia rozwiązania optymalnego w określonym czasie.
- **Niska efektywność w końcowej fazie:** Często są nieefektywne w precyzyjnym "dostrojeniu" rozwiązania w ostatniej fazie przeszukiwania.
- **Wymagają dostrojenia parametrów:** Choć są samoadaptacyjne, początkowy dobór parametrów (wielkość populacji, operator mutacji) może być trudny.
- **Problem z ograniczeniami:** Trudności z obsługą skomplikowanych ograniczeń równościowych, często wymagające stosowania funkcji kary.

Podsumowując, strategie ewolucyjne są doskonałym narzędziem do poszukiwania rozwiązań "dobrych wystarczająco" w przestrzeniach, gdzie metody tradycyjne zawodzą, jednak wymagają znacznych zasobów obliczeniowych.





OMNIS Optymalizacja w inżynierii lotniczej i kosmicznej

Otwartość. Modernizacja. Nowoczesność. Integracja. Społeczność.

Dziękuję za uwagę

