

dr inż. Tomasz Goetzendorf-Grabowski  
*Politechnika Warszawska*  
*Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej*  
doc. dr hab.inż. Zdobysław Goraj  
*Instytut Lotnictwa*

## **OBLICZENIA CHARAKTERYSTYK STATECZNOŚCI SAMOLOTU W OPŁYWIE NIEŚCISLIWYM Z WYKORZYSTANIEM METOD PANELOWYCH**

### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono zastosowanie metod panelowych do obliczeń pochodnych stateczności samolotu. Wykorzystano dwa rodzaje metod panelowych. Pierwsza, dla płatów cienkich, to klasyczna metoda siatki wirowej (VLM), druga to metoda panelowa niskiego rzędu ze stałym rozkładem osobliwości (metoda Hessa). Zastosowano osobliwości typu źródła i dipole na całej powierzchni samolotu (płat, kadłub, usterzenia) i rozwiązano wewnętrzne zagadnienie Dirichleta. Pochodne stateczności:  $X_u$ ,  $Z_u$ ,  $M_u$ ,  $X_w$ ,  $Z_w$ ,  $M_w$ ,  $X_q$ ,  $Z_q$ ,  $M_q$  obliczono z wykorzystaniem obu metod panelowych i porównano je z pochodnymi oszacowanymi na podstawie raportów ESDU.

### **Spis ważniejszych oznaczeń:**

$a_\infty$  - prędkość dźwięku przyprływu niezaburzonego  
 $b$  - rozpiętość płata  
 $c_R$  - cięciwa przykadłubowa  
 $c_T$  - cięciwa końcowa  
 $C_m$  - współczynnik momentu pochylającego względem 1/4 SCA  
 $C_x$  - współczynnik oporu  
 $C_z$  - współczynnik siły nośnej  
 $p$  - ciśnienie całkowite  
 $Q$  - prędkość kątowna pochylania  
 $S$  - powierzchnia odniesienia  
 $V_\infty$  - prędkość przepływu niezaburzonego  
 $x, y, z$  - współrzędne kartezjańskie w układzie zaczepionym w nosku kadłuba lub płata (oś  $x$  wzdłuż cięciwy  $c_R$ , oś  $z$  prostopadle do cięciwy  $c_R$  na grzbiet płata, oś  $y$  prostopadle i wzdłuż rozpiętości)  
 $\alpha$  - kąt natarcia  
 $\Phi$  - pełny potencjał prędkości  
 $\Phi_\infty$  - potencjał prędkości w nieskończoności  
 $\Phi_i$  - potencjał prędkości wewnątrz opływanej bryły  
 $\phi$  - potencjał prędkości zaburzeń  
 $\kappa$  - wykładnik izentropy  
 $\lambda$  - zbieżność płata ( $c_R/c_T$ )  
 $\Lambda$  - wydłużenia geometryczne płata ( $b^2/S$ )  
 $\mu$  - natężenie dipola  
 $\rho$  - gęstość powietrza  
 $\sigma$  - natężenie źródła

## Wprowadzenie

Rozwój metod numerycznych oraz duże zwiększenie mocy obliczeniowej komputerów spowodowały, że w obliczeniach opływu ciał coraz częściej sięga się po modele Eulera (nielepki) a nawet Naviera-Stokesa (lepki). Mogłoby się wydawać, że modele potencjalne przeżyły się. Jednak, pomimo wielu uproszczeń w porównaniu z modelem płynu lepkiego są nadal bardzo atrakcyjnym narzędziem [1,2,3]. W wielu zagadnieniach bowiem, niskie koszty obliczeń przy użyciu metod bazujących na modelach potencjalnych rekompensują ich mniejszą dokładność. Bywa również tak, że rezultaty obliczeń metodami potencjalnymi bywają lepsze niż przy użyciu modeli „pełniejszych”. Zacytujmy tu Margasona, który mówiąc o metodzie siatki wirowej (VLM - Vortex Lattice Method), stwierdził [4, str.261]: "metoda VLM jest bardzo dobrze zgodna z danymi doświadczalnymi z powodu faktu, że pomija jednocześnie efekty grubości płata i lepkości przepływu. W większości przypadków efekt lepkości wyrównuje straty spowodowane grubością, dość przypadkowo dając dobrą zgodność z wynikami eksperymentu."

Praca pokazuje zastosowanie różnych metod panelowych do obliczeń pochodnych stateczności oraz podstawowych charakterystyk aerodynamicznych. Porównano wyniki otrzymane różnymi metodami. Pokazano również szereg wyników obliczeń testowych, gdzie rezultaty obliczeniowe porównano z danymi eksperymentalnymi oraz z wynikami literaturowymi.

### 1. Model fizyczny i matematyczny opływu

Najistotniejszymi założeniami poczynionymi przy budowie modelu fizycznego opływu są: nielepkość płynu oraz bezwirowość (za wyjątkiem śladu wirowego) opływu. Wpływ lepkości jest symulowany przez warunek Kutty-Żukowskiego, który można interpretować jako zerowanie cyrkulacji na krawędzi spływu branej na jednostkę długości.

Model matematyczny stanowią następujące równania :

- równanie ciągłości

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

- równanie Eulera

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \text{grad}) \mathbf{V} = \frac{1}{\rho} \text{grad } p \quad (2)$$

- równanie stanu

$$p = p_{\infty} \left( \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \right)^{\kappa} \quad (3)$$

Z faktu bezwirowości (  $\text{rot } \mathbf{V} = 0$  ) wynika, że istnieje funkcja skalarna, zwana potencjałem prędkości taka, że :

$$\text{grad } \Phi(x, y, z, t) = \mathbf{V} \quad (4)$$

Jeżeli przyjmiemy dodatkowo, że  $\Phi = \Phi_\infty + \varphi$  oraz, że:

$\text{mod } \nabla \varphi \ll U_\infty$  ,  $\text{mod } \nabla \varphi \ll a_\infty$  oraz  $\text{mod } \nabla \varphi \ll (U_\infty - a_\infty)$   
to otrzymamy:

przyjmując dodatkowo, że przepływ jest ustalony oraz nieściśliwy otrzymujemy:

$$\frac{1}{a_\infty} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_\infty \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right)^2 \varphi = \nabla^2 \varphi \quad (5)$$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (6)$$

## 2. Metody obliczeniowe

Metoda obliczeniowa silnie zależy od sposobu modelowania bryły samolotu. Model fizyczny zdefiniowany w rozdz.1 dotyczył jedynie opływu i pomijał opływany obiekt. Zasadniczo stosuje się dwa podejścia. Obiekt modeluje się przy pomocy cienkich powierzchni lub traktuje się samolot jako bryłę trójwymiarową. W obu przypadkach powierzchnia jest dzielona na czworokątne płaskie panele. Przyjmuje się, że ślad wirowy jest płaski i ciągnie się równoległe do prędkości niezaburzonej lub cięciwy (ostrza). Niniejsza praca pokazuje zarys trzech metod:

metody siatki wirowej (VLM - Vortex Lattice Method) - cienkie powierzchnie;

metody panelowej niskiego rzędu bazującej na rozwiązaniu wewnętrznego zagadnienia Dirichleta - obiekty trójwymiarowe (metoda Hessa [7]);

metody mieszanej [5] - powierzchnie nośne cienkie; kadłub, gondole trójwymiarowe.

Pokazano również wyniki obliczeń wymienionymi metodami. Szczególny nacisk położono na metodę drugą, dla której zaprezentowano również szereg rezultatów obliczeń testowych.

### 2.1 Metoda VLM

Równanie Laplace'a w postaci (6) jest spełnione przez kilka różnych rozwiązań podstawowych. Jednym z rozwiązań podstawowych jest wir [6, s.70], o potencjale prędkości:

$$\Phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \tan^{-1} \frac{z - z_0}{x - x_0} \quad (7)$$

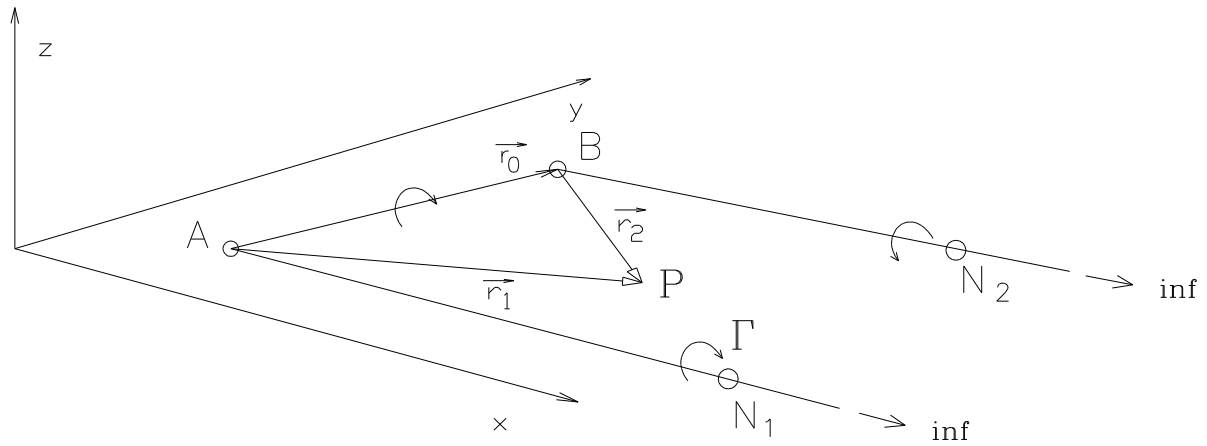
umieszczony w punkcie  $x_0, y_0$  o cyrkulacji  $\Gamma$ . Rozmieszczenie odpowiednio dobranych wirów dyskretnych na powierzchni nośnej i na śladzie umożliwia symulację pola prędkości przepływu,

odpowiadającego przepływowi rzeczywistemu. W celu obliczenia prędkości indukowanych przez wiry dyskretne zastosowano prawo Biota-Savarta w postaci:

$$\Delta\varphi = 0 \quad (8)$$

gdzie włókno wirowe o długości  $dl$  ma cyrkulację  $\Gamma$ , na razie nieznaną.

W metodzie VLM wykorzystano wiry podkowiaste składające się z wiru związanego, o skończonej długości i dwóch wirów swobodnych, półnieskończonych. Na rys.1 wir związany oznaczono symbolem  $AB = \vec{r}_0$ , wiry swobodne oznaczono symbolami  $AN_1$  oraz  $BN_2$



Rys.1

Prędkość indukowana przez włókno wirowe  $AB$  w punkcie P może być obliczona [4,s.265] następująco:

$$V_{AB} = \frac{\Gamma}{4\pi r_p} \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \sin \Theta d\Theta \quad (9)$$

gdzie  $\Theta$  oznaczono kąt pomiędzy wektorem  $AB$  i punkt P, natomiast  $r_p$  jest odległością punktu P od odcinka  $AB$ . W [4] pokazano, że prędkość  $V_{AB}$  przedstawiona wzorem (9) może być doprowadzona do postaci

$$\vec{V}_{AB} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left[ \vec{r}_0 \left( \frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2} \right) \right] = \frac{\Gamma}{4\pi} \{Fac1_{AB}\} \{Fac2_{AB}\} \quad (10)$$

gdzie  $\{Fac1_{AB}\}$  jest wektorem zależnym od współrzędnych punktów A,B,P zaś  $\{Fac2_{AB}\}$  jest skalarem również zależnym od współrzędnych punktów A,B,P. Prędkość indukowana w punkcie P przez wir podkowiasty  $N_1ABN_2$  jest równa sumie:

$$\vec{V} = \vec{V}_{AB} + \vec{V}_{AN_1} + \vec{V}_{BN_2} \quad (11)$$

gdzie prędkości  $\vec{V}_{AN_1}$ ,  $\vec{V}_{BN_2}$  otrzymano ze wzorów analogicznych do (10), np.:

$$\vec{V}_{AN_1} = \lim_{D \rightarrow \infty} \frac{\Gamma}{4\pi} \{Fac1_{AD}\} \{Fac2_{AD}\} \quad (12)$$

Szczegółowe wzory do wyznaczenia  $\vec{V}_{AB}$ ,  $\vec{V}_{AN_1}$ ,  $\vec{V}_{BN_2}$  zamieszczone są w [4, s.267-269].

Całkowita prędkość indukowana przez n-ty wir podkowiasty obliczona w m-tym punkcie kontrolnym na płacie nośnym wynosi:

$$\vec{V}_{m,n} = \vec{C}_{m,n} \Gamma_n \quad (13)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \vec{C}_{m,n} = \frac{\Gamma}{4\pi} [ & \{Fac1_{AB}\} \{Fac2_{AB}\} + \{Fac1_{AN_1}\} \{Fac2_{AN_1}\} + \\ & + \{Fac1_{BN_2}\} \{Fac2_{BN_2}\} ]_{m,n} \end{aligned} \quad (14)$$

Prędkość indukowana przez wiry podkowiaste, w m-tym punkcie kontrolnym jest równa:

$$\vec{V}_m = \sum_n \vec{C}_{m,n} \Gamma_n \quad (15)$$

Równanie (15) może być rozwiązane względem zbioru  $\Gamma_n$  dla zadanych prędkości indukowanych  $\vec{V}_m$ . Dla płatów nieskręconych o niezbyt dużej krzywiznie szkieletowej współrzędne prędkości  $\vec{V}_m$  mogą być obliczone następująco:

$$\vec{V}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ -U_\infty \left( \alpha - \frac{dz}{dx} \right)_m \operatorname{tg} \phi_m \\ -U_\infty \left( \alpha - \frac{dz}{dx} \right)_m \end{bmatrix} \quad (16)$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem natarcia, zaś  $z(x)$  przedstawia równanie szkieletowej. Kąt  $\phi_m$  jest lokalnym kątem wzniosu. Po wyznaczeniu zbioru cyrkulacji  $\{\Gamma_n\}$  siła nośna na jednostkę rozpiętości panelu może być obliczona ze wzoru Żukowskiego w postaci:

$$\Delta l_n = \rho_\infty U_\infty \Gamma_n \quad (17)$$

natomiast całkowita siła nośna płata może być obliczona następująco:

$$L = \sum_n \rho_\infty U_\infty \Delta y_n \Gamma_n \quad (18)$$

Współczynnik siły nośnej wynosi odpowiednio:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty} S} = \frac{2 \sum_n \Delta y_n \Gamma_n}{U_{\infty} \sum_n \Delta x_n \Delta y_n} \quad (19)$$

Podobnie możemy obliczyć współczynnik momentu pochylającego:

$$C_m = \frac{M_A}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty} S C_a} = \frac{2 \sum_n \Delta y_n x_n \Gamma_n}{C_a U_{\infty} \sum_n \Delta x_n \Delta y_n} \quad (20)$$

gdzie  $C_a$  jest średnią cięciwą aerodynamiczną płata.

## 2.2 Metoda panelowa niskiego rzędu (metoda Hessa)

Podstawą metody jest rozwiązanie równania Laplace'a dla pełnego potencjału prędkości:

$$\nabla \Phi = 0 \quad (21)$$

które może przyjąć postać [6]:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{samolot + \acute{s}lad} \mu \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left( \frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \int_{samolot} \sigma \frac{1}{r} dS + \Phi_{\infty} \quad (22)$$

Przyjmując następujące warunki brzegowe:

- wewnętrzny Dirichleta na powierzchni opływanej bryły:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{samolot + \acute{s}lad} \mu \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left( \frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \int_{samolot} \sigma \frac{1}{r} dS = 0 \quad (23)$$

gdzie:

$$\text{natężenie dipola:} \quad \mu = -(\Phi - \Phi_i) ; \quad (24)$$

$$\text{natężenie źródła} \quad \sigma = \partial \mu / \partial \mathbf{n} \quad . \quad (25)$$

-Kutty-Żukowskiego na krawędzi spływu (ostrze):

$$\Delta p(x, y)_{TE} = 0 \quad (26)$$

-na śladzie wirowym:

$$\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = 0 \quad (27)$$

oraz zakładając, że potencjał prędkości wewnątrz opływanej bryły  $\Phi_i$  jest równy potencjałowi w nieskończoności  $\Phi_\infty$  otrzymujemy równanie całkowe w postaci (23), które możemy aproksymować układem równań liniowych, w których niewiadomymi są natężenia dipoli  $\mu$  (stałe na panelu):

$$\sum_{k=1}^N C_k \mu_k + \sum_{l=1}^{N_w} C_l \mu_l + \sum_{k=1}^N B_k \sigma_k = 0 \quad (28)$$

gdzie  $C_k$ ,  $C_l$  i  $B_k$  to aerodynamiczne współczynniki wpływu :

$$C_k = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{1234}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left( \frac{1}{r_k} \right) dS_k ; \quad B_k = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_{1234}} \frac{1}{r_k} dS_k ; \quad (29)$$

$N$  - liczba paneli na bryle samolotu;

$N_w$  - liczba paneli na śladzie;

$S_{1234}$  - powierzchnia k-tego panelu.

Układ równań (28) wymaga jeszcze wyznaczenia natężenia źródłowości  $\sigma$  (stałego na panelu), którą (wykorzystując związki (24) i (25) oraz warunek, że na brzegu obszaru zamkniętego mamy  $\partial \Phi_i / \partial \mathbf{n} = 0$ ) możemy zdefiniować następująco:

$$\sigma = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_\infty \quad (30)$$

Aby zamknąć układ równań należy powiązać niewiadome natężenia dipoli na śladzie wirowym z natężeniami dipoli na panelach bryły samolotu. W tym celu wykorzystano warunek Kutty-Żukowskiego mówiący, że cyrkulacja na jednostkę długości (wzdłuż  $y$ ) na krawędzi spływu jest równa zeru, oraz fakt, że natężenie dipola na jednostkę długości (wzdłuż  $y$ ) jest równe cyrkulacji ze znakiem ujemnym [6]. W wyniku otrzymamy:

$$\mu_{TE} = \mu_w = \text{const} \quad (31)$$

Natężenie dipoli na krawędzi spływu jest równe różnicy pomiędzy natężeniami dipoli na górnej i dolnej powierzchni, w pobliżu krawędzi spływu. Wykorzystując związek (31), natężenie dipoli na śladzie można wyznaczyć z zależności:

$$\mu_w = \mu_U - \mu_L \quad (32)$$

Związek (32) pozwala na zamknięcie układu równań (28). Pozostaje wyznaczenie całek ze wzorów (29), definiujących współczynniki wpływu. Sposób efektywnego wyznaczenia tych całek pokazują prace [6] i [7].

Rozwiązanie układu (28) daje rozkład potencjału na powierzchni opływanej bryły. Aby otrzymać rozkład ciśnienia, potrzebny do wyznaczenia globalnych charakterystyk, należy wyznaczyć rozkład prędkości opływu różniczkując potencjał prędkości względem przyjętych współrzędnych. Następnie korzystając z twierdzenia Bernoulli`ego można obliczyć ciśnienie. Różniczkowanie numeryczne potencjału jest jednak w ogólnym przypadku dosyć kłopotliwe i może być źródłem wielu błędów, zwłaszcza w miejscach dużej nieregularności siatki, np. na załamaniach krawędzi natarcia.

Obciążenia aerodynamiczne wyznaczamy zgodnie z następującymi zależnościami:

- siłę nośną

$$P_z = - \sum_{i=1}^N p_i S_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{z} \quad (33)$$

- siłę oporu

$$P_x = - \sum_{i=1}^N p_i S_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{x} \quad (34)$$

- moment pochylający

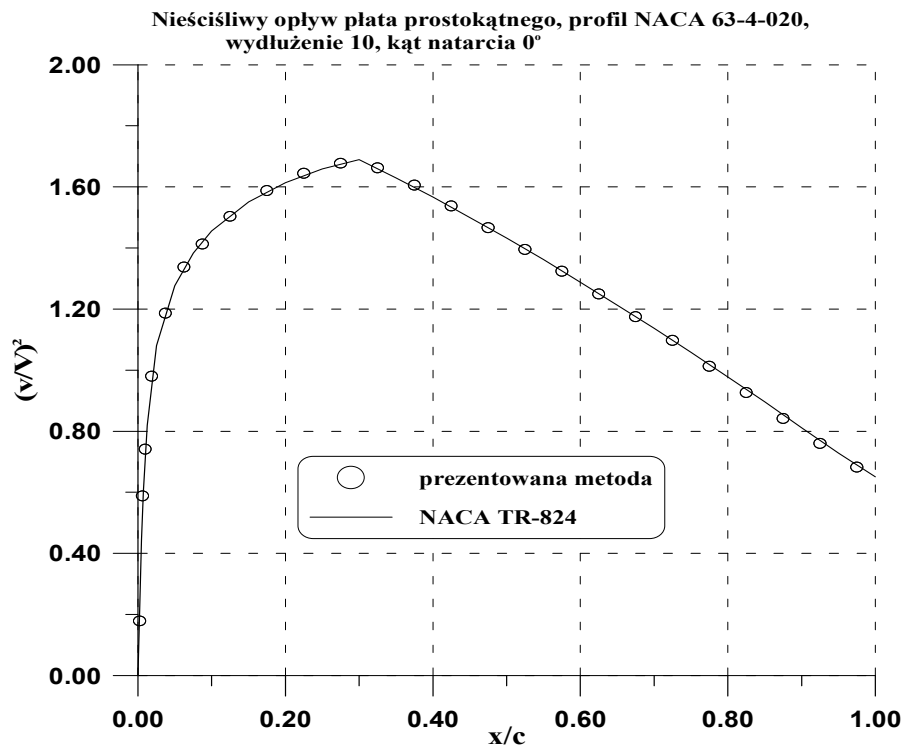
$$M_y = \sum_{i=1}^N p_i S_i x_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{z} + \sum_{i=1}^N p_i S_i z_i \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{x} \quad (35)$$

### 2.3 Metoda mieszana

Metoda mieszana polega na zastosowaniu wewnętrznego warunku brzegowego Dirichleta (opisanego w rozdz. 2.2) dla elementów grubych (kadłuby, gondole silnikowe, itp.) oraz zastosowaniu warunku brzegowego Neumana dla powierzchni nośnych (skrzydła, usterzenia). Powierzchnie nośne modeluje się przy pomocy cienkich powierzchni podzielonych na czworokątne panele, na których założono stały rozkład osobliwości (dipole). Można pokazać [6], że rozkład dipoli jest ekwiwalentny rozkładowi wirów tym samym cienkie powierzchnie są traktowane podobnie jak w metodzie VLM . Więcej szczegółów na temat metody mieszanej można znaleźć w pracy [5].

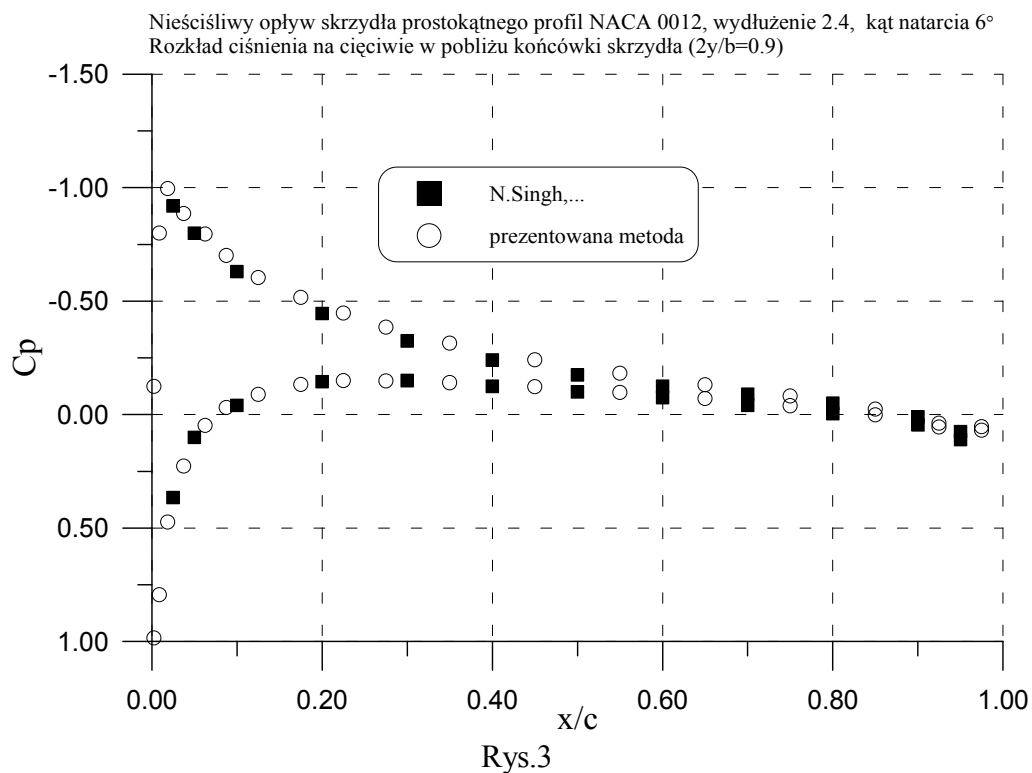
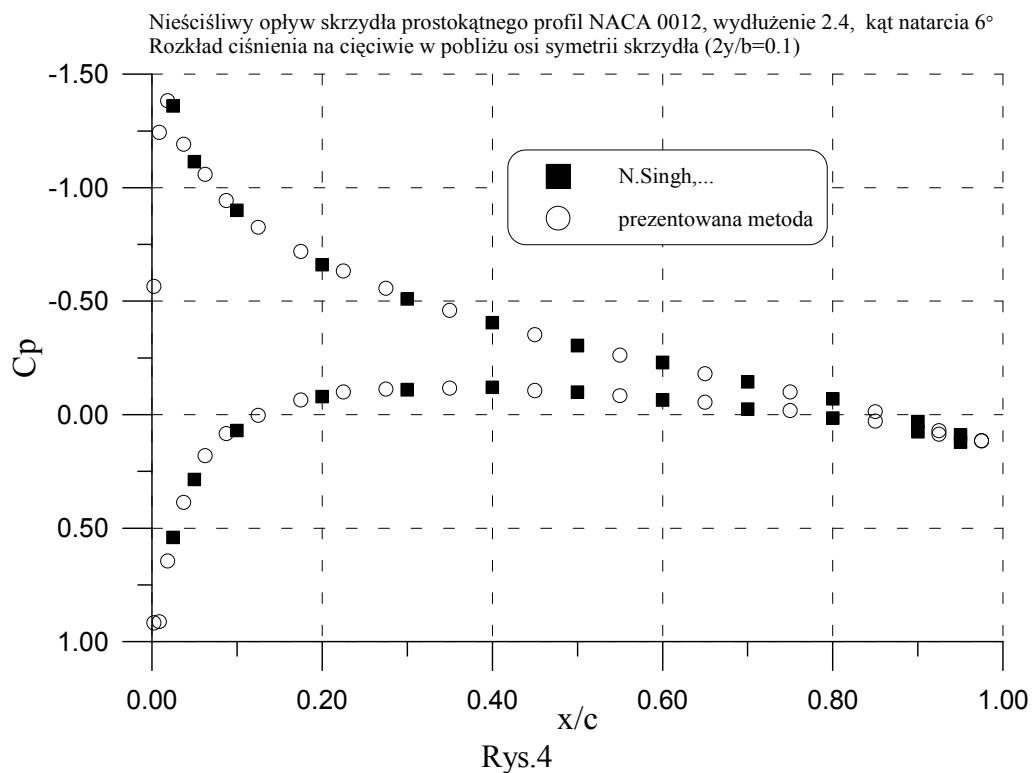
### 3. Wyniki obliczeń testowych.

Ponieważ szczególną uwagę, jak podano w rozdz.2., poświęcono metodzie „pełnej”, stąd w rozdziale tym zostanie przedstawione szereg rezultatów obliczeń testowych. Na Rys.2 pokazany został rozkład prędkości na cięciwie leżącej w płaszczyźnie symetrii prostokątnego płata o wydłużeniu równym 10. Obliczenia wykonano dla kąta natarcia równego 0, dla płata o profilu NACA 63-4-020 i porównano z danymi eksperymentalnymi z raportu NACA TR-824 [14]

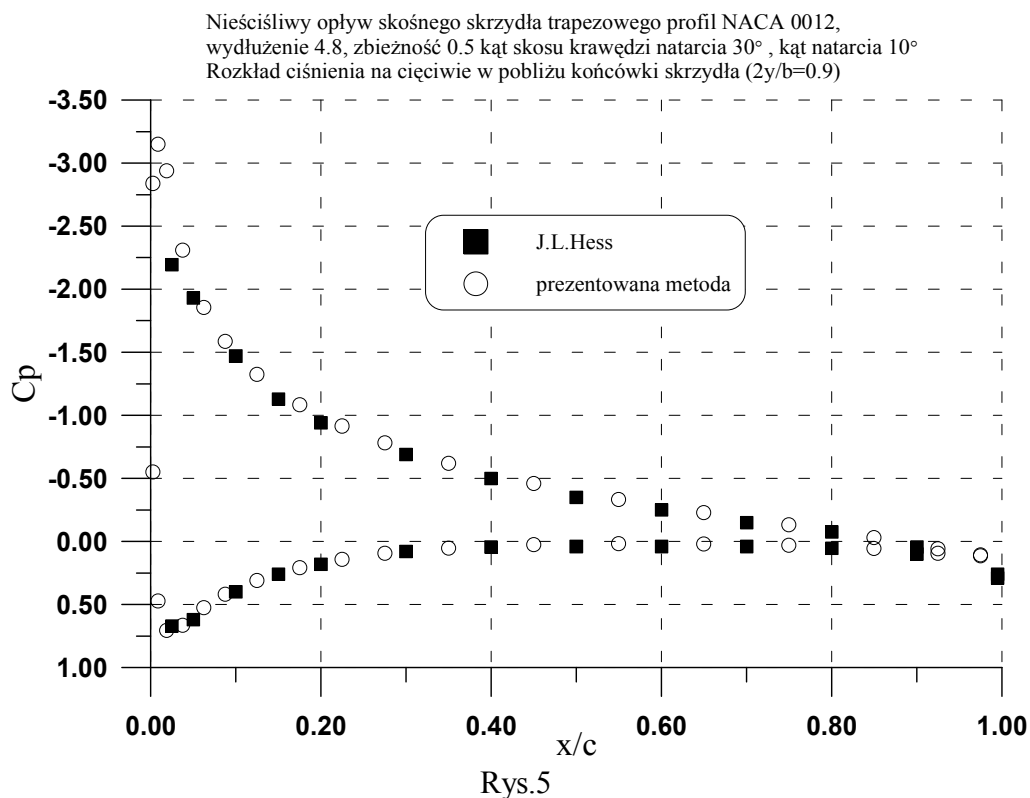
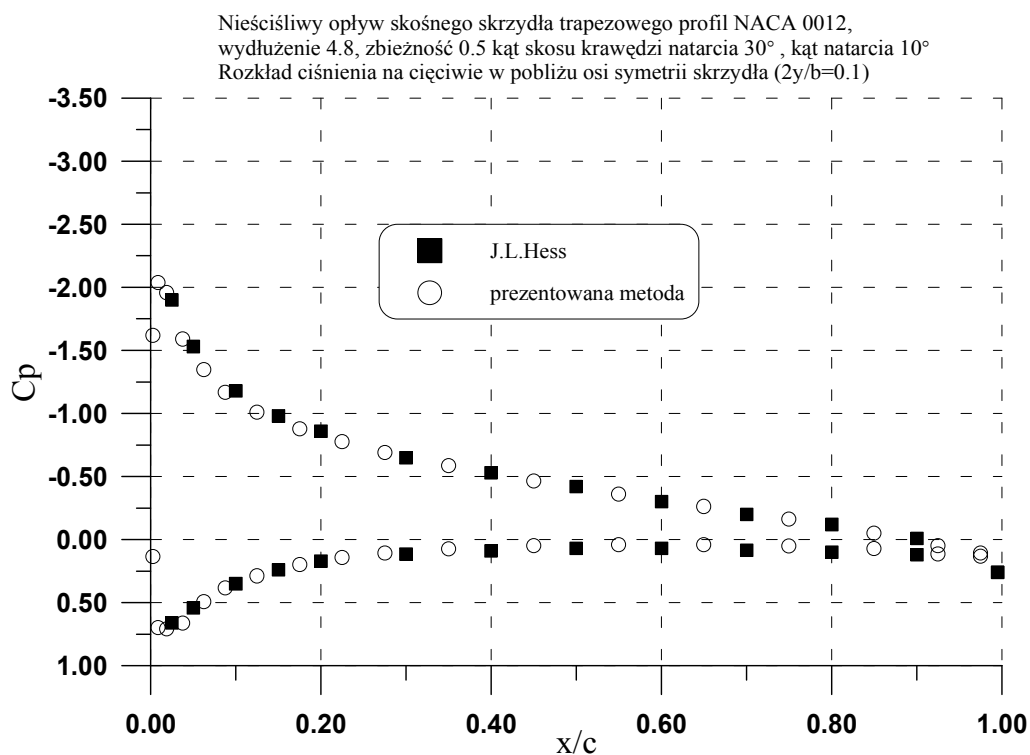


Rys.2

Rys.3,4 pokazują wyniki obliczeń dla izolowanego prostokątnego płata o profilu NACA 0012, o wydłużeniu 2.4, przy kącie natarcia  $6^\circ$ . Wykresy przedstawiają rozkład ciśnienia wzdłuż cięciwy w pobliżu końcówki skrzydła ( $2y/b=0.9$ ) oraz w pobliżu osi symetrii ( $2y/b=0.1$ ). Wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami pracy [11]

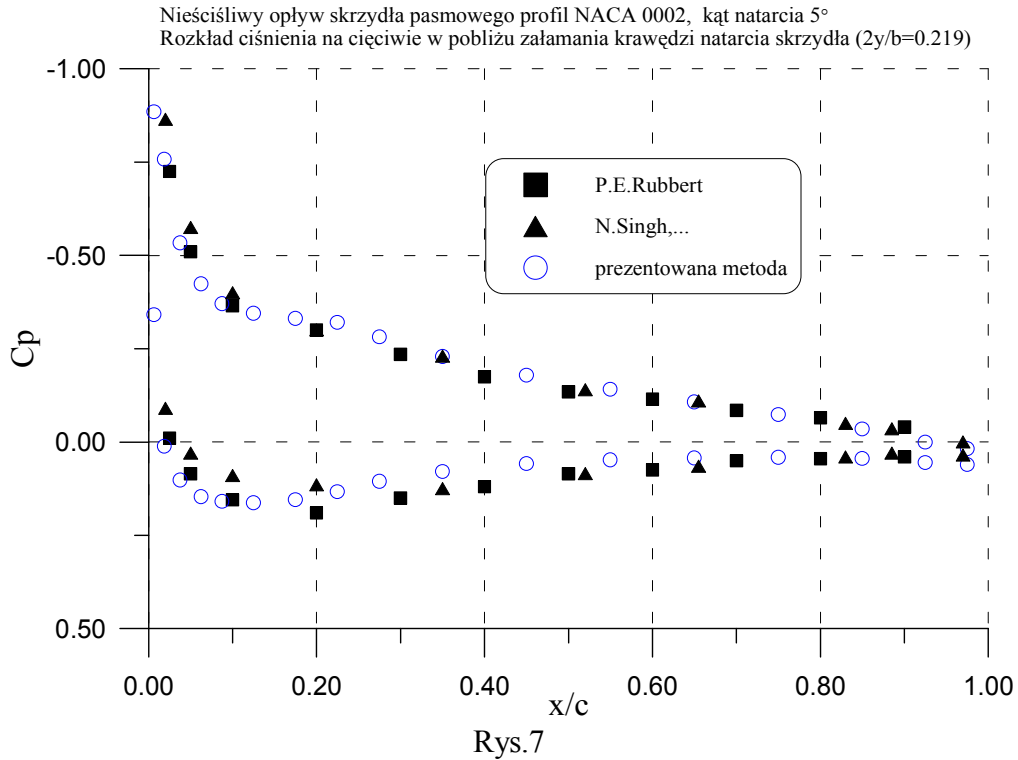
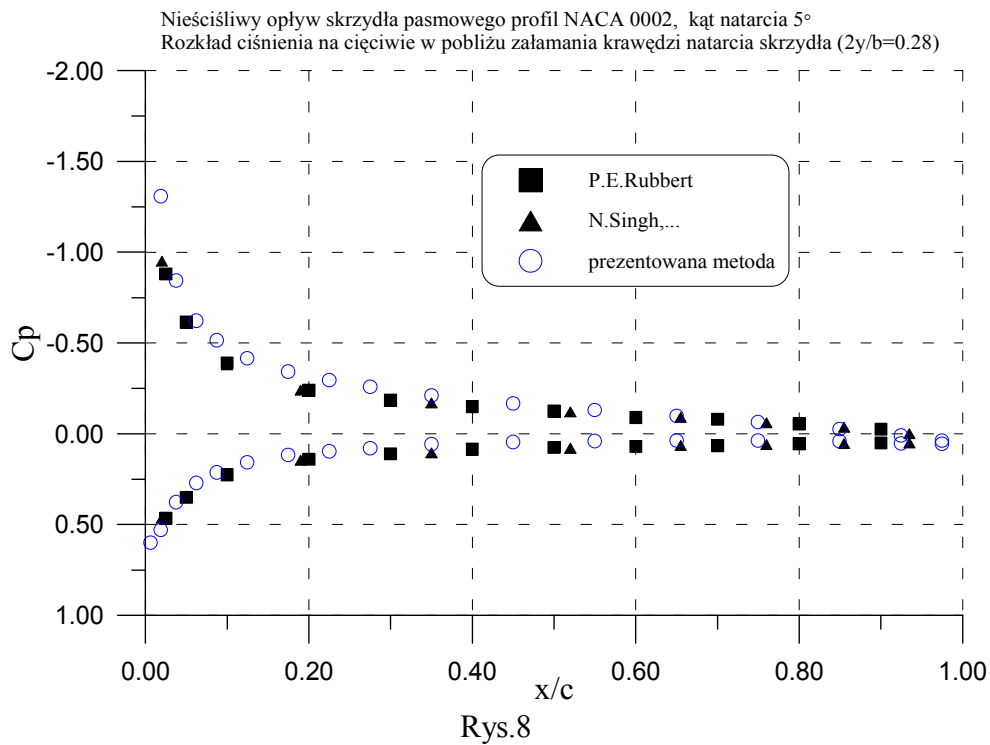


Rys.5,6 pokazują wyniki obliczeń dla izolowanego płata trapezowego o profilu NACA 0012, o wydłużeniu 4.8, zbieżności 0.5, skosie krawędzi natarcia  $30^\circ$ , przy kącie natarcia  $10^\circ$ . Wykresy przedstawiają rozkład ciśnienia wzdłuż cięciwy w pobliżu końcówki skrzydła ( $2y/b=0.9$ ) oraz w pobliżu osi symetrii ( $2y/b=0.1$ ). Wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami pracy [12]



Rys.6

Rys.7,8 przedstawiają wyniki obliczeń rozkładu ciśnienia dla skrzydła pasmowego profilu NACA 0002, na cięciwach w pobliżu załamania na krawędzi natarcia, po stronie wewnętrznej (Rys.7 -  $2y/b=0.219$ ) oraz zewnętrznej (Rys.8 -  $2y/b=0.28$ ). Wyniki obliczeń porównano z wynikami pracy Rubberta [13] i Singha [11].



Warto nadmienić w tym miejscu, że obszary w pobliżu załamania krawędzi natarcia mogą sprawić duże kłopoty przy różniczkowaniu rozkładu potencjału, co jest też zapewne główną przyczyną różnic prezentowanych wyników.

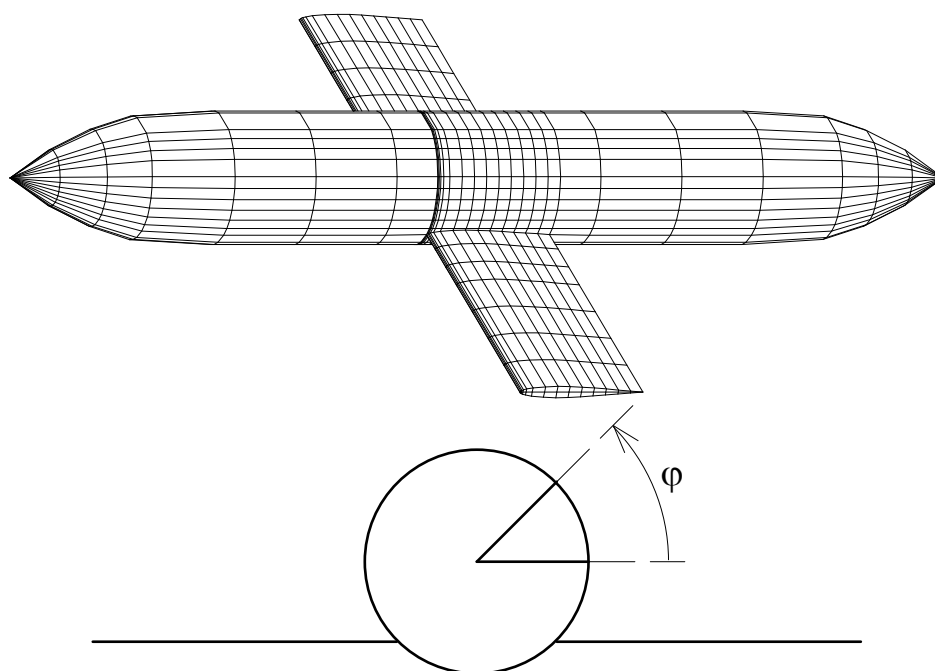
Następna grupa wyników obliczeń izolowanych płatów została przedstawiona w Tabeli 1. Są to rezultaty obliczeń pochodnej współczynnika siły nośnej względem kąta natarcia oraz położenia punktów neutralnych stateczności dla płatów o różnych zbieżnościach, wydłużeniach i skosach. Obliczenia dla płatów z profilem NACA 0012 porównano z wynikami uzyskanymi z raportów ESDU 7011 [8]

**Tabela 1**

| zmienna                          | źródło              | $\lambda = 0.5$      |            |            |                  |            |            | $\lambda = 1$ |            |            |               |            |            |
|----------------------------------|---------------------|----------------------|------------|------------|------------------|------------|------------|---------------|------------|------------|---------------|------------|------------|
|                                  |                     | $\Lambda = 2.67$     |            |            | $\Lambda = 5.33$ |            |            | $\Lambda = 2$ |            |            | $\Lambda = 4$ |            |            |
|                                  |                     | $v_{x1/4} = 0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $0^\circ$        | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $0^\circ$     | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $0^\circ$     | $30^\circ$ | $45^\circ$ |
| $\partial C_z / \partial \alpha$ | prezentowana metoda | 3.20                 | 3.18       | 3.00       | 4.46             | 4.22       | 3.92       | 2.69          | 2.66       | 2.53       | 3.91          | 3.70       | 3.37       |
|                                  | ESDU 70011          | 3.12                 | 2.99       | 2.78       | 4.32             | 4.21       | 4.05       | 2.50          | 2.42       | 2.30       | 3.72          | 3.64       | 3.52       |
| $x_N$                            | prezentowana metoda | .226                 | .508       | .719       | .239             | .789       | 1.156      | .211          | .489       | .697       | .232          | .782       | 1.201      |
|                                  | ESDU 70011          | .223                 | .495       | .697       | .239             | .765       | 1.168      | .205          | .467       | .668       | .227          | .759       | 1.173      |

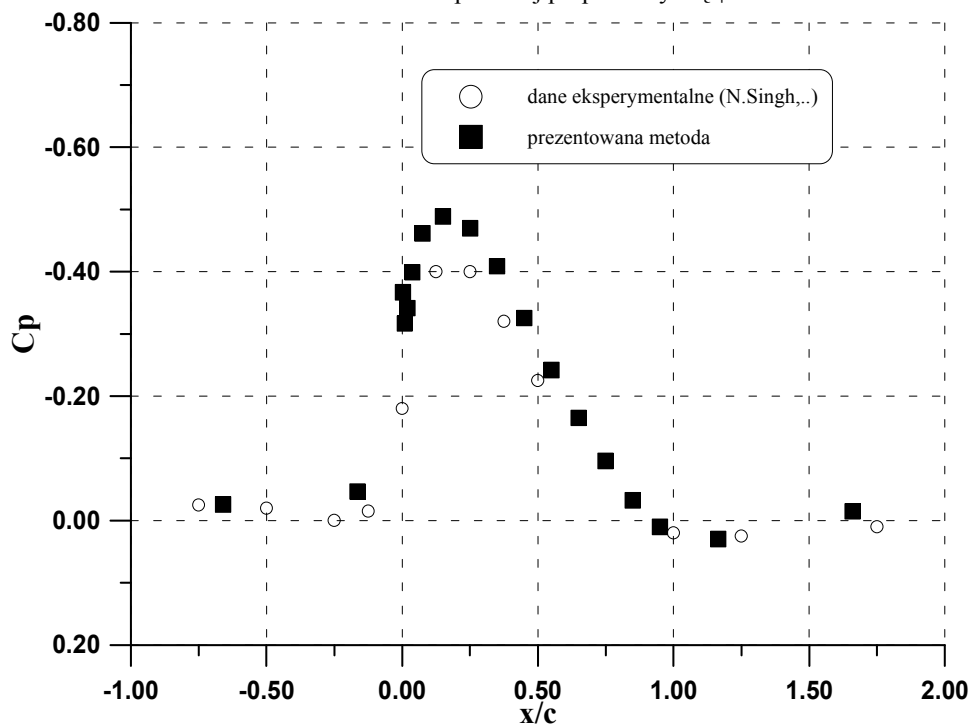
Kolejne obliczenia testowe wykonano dla układu skrzydło-kadłub i porównano z danymi eksperymentalnymi zawartymi w pracy Singh'a [10]. Na Rys.10-12 pokazano rozkład ciśnienia na przekrojach kadłuba zdefiniowanych kątem  $\varphi$  na Rys.9, oraz na dwóch wybranych cięciwach.

Układ testowy skrzydło-kadłub, profil skrzydła RAE 101



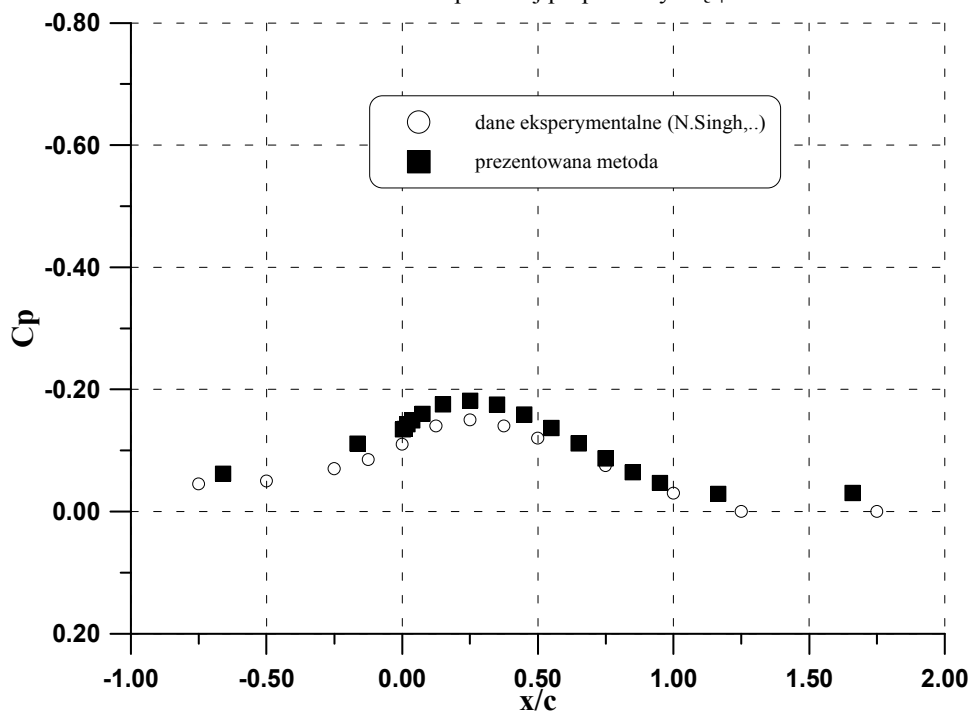
Rys.9

Nieściśliwy opływ układu skrzydło-kadłub, profil RAE-101, kąt natarcia  $2.9^\circ$   
 Rozkład ciśnienia na kadłubie - przekrój półpłaszczyzną  $\varphi = -15^\circ$



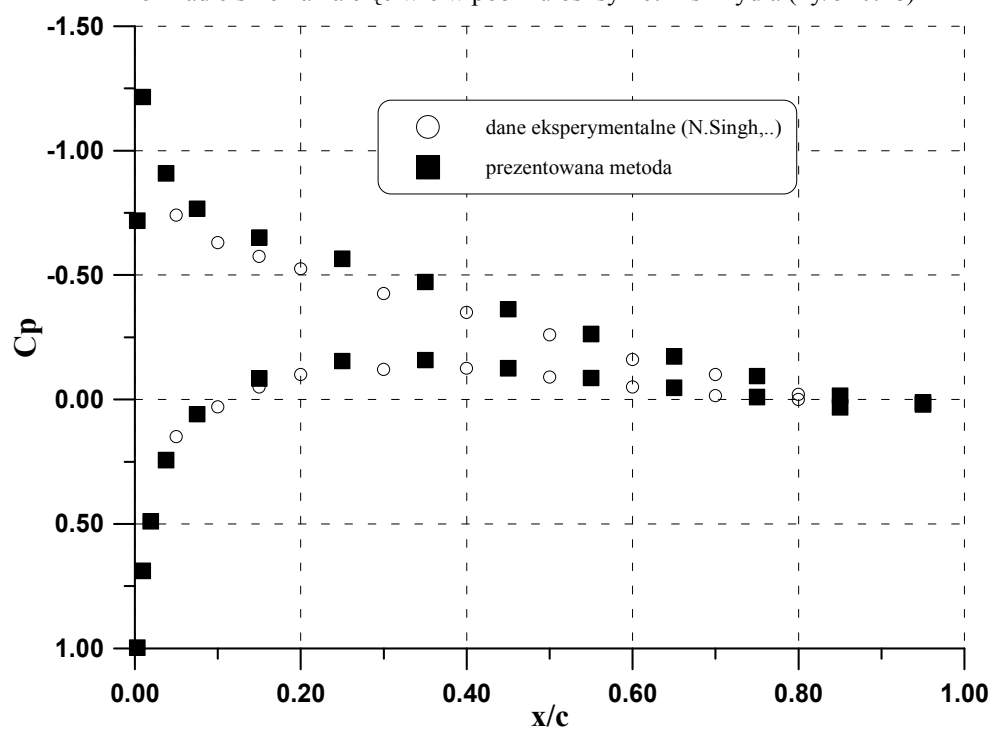
Rys.10

Nieściśliwy opływ układu skrzydło-kadłub, profil RAE-101, kąt natarcia  $2.9^\circ$   
 Rozkład ciśnienia na kadłubie - przekrój półpłaszczyzną  $\varphi = 15^\circ$



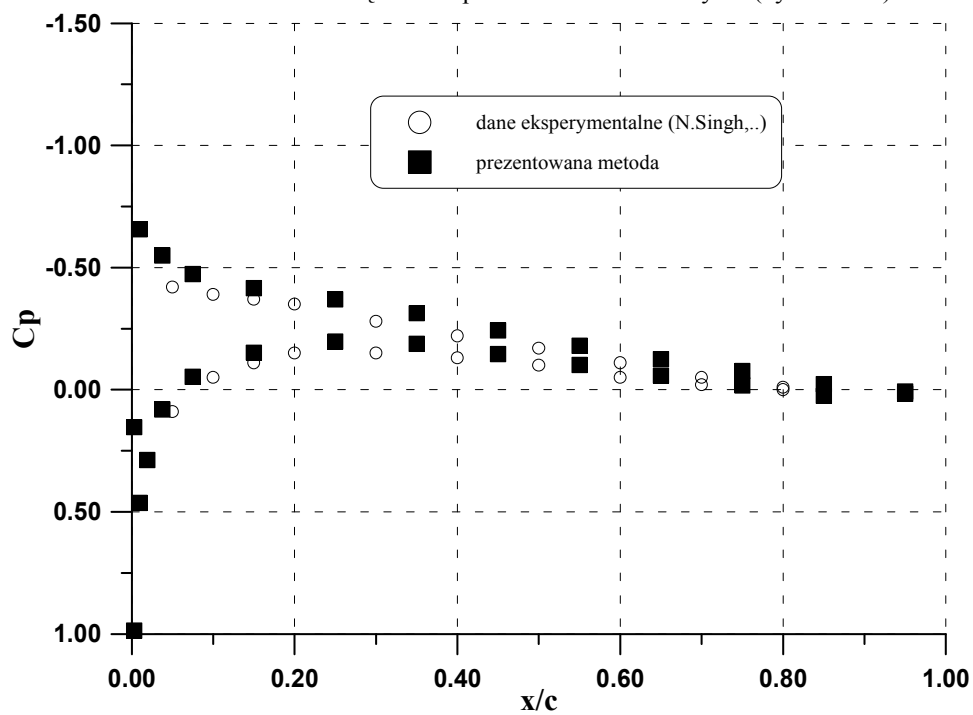
Rys.11

Nieściśliwy opływ układu skrzydło-kadłub, profil RAE-101, kąt natarcia  $2.9^\circ$   
Rozkład ciśnienia na cięciwie w pobliżu osi symetrii skrzydła ( $2y/b=0.28$ )



Rys.12

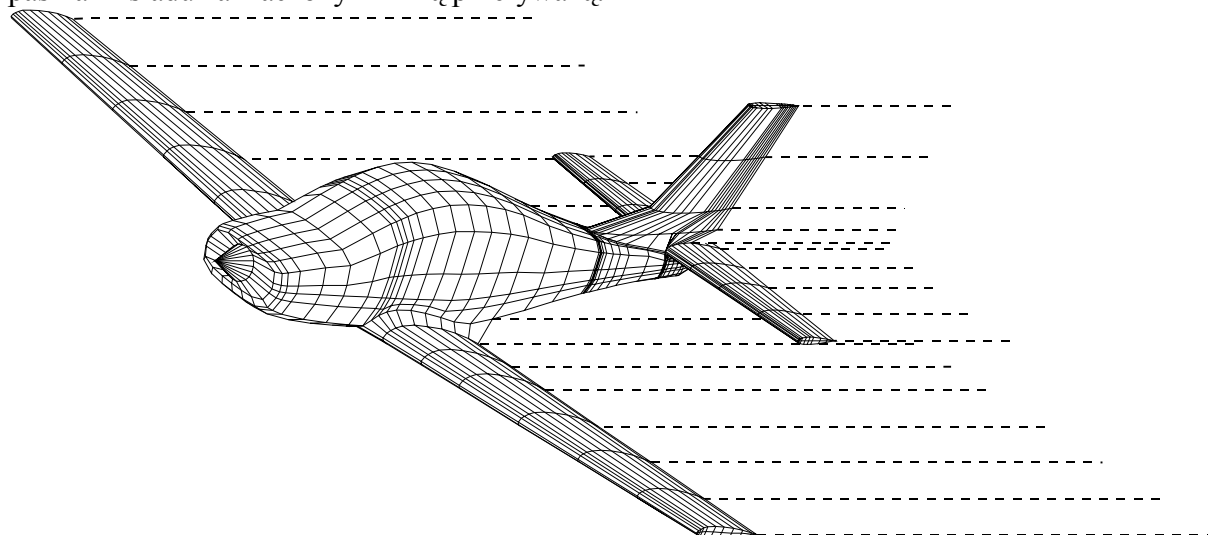
Nieściśliwy opływ układu skrzydło-kadłub, profil RAE-101, kąt natarcia  $2.9^\circ$   
Rozkład ciśnienia na cięciwie w pobliżu końcówki skrzydła ( $2y/b=0.928$ )



Rys.13

#### 4. Wyniki obliczeń samolotu I-23

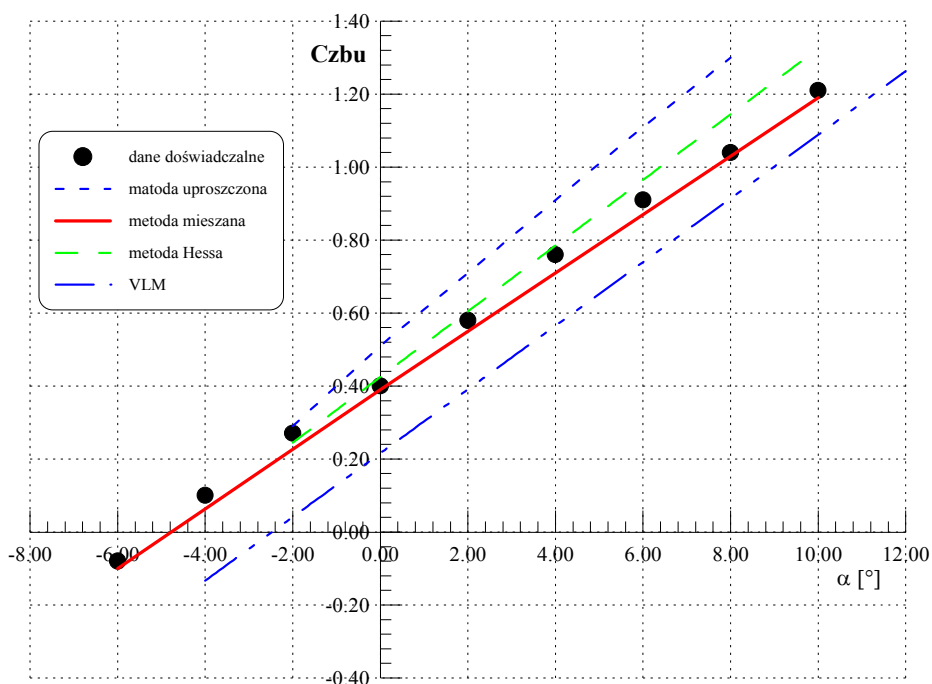
Obliczenia dla samolotu I-23 wykonano w dwóch wariantach: dla układu skrzydło-kadłub oraz dla pełnego układu (z usterzeniem). Wyniki obliczeń z użyciem trzech wspomnianych wcześniej metod (VLM, metoda niskiego rzędu - pełna oraz metoda mieszana - cienkie powierzchnie nośne [5]) porównano z badaniami tunelowymi oraz z tzw. metodami uproszczonymi [8,9]. Rys. 14 przedstawia bryłę samolotu I-23 po parkietyzacji - 1500 paneli, z pasmami śladu zaznaczonymi linią przerywaną.



Rys.14

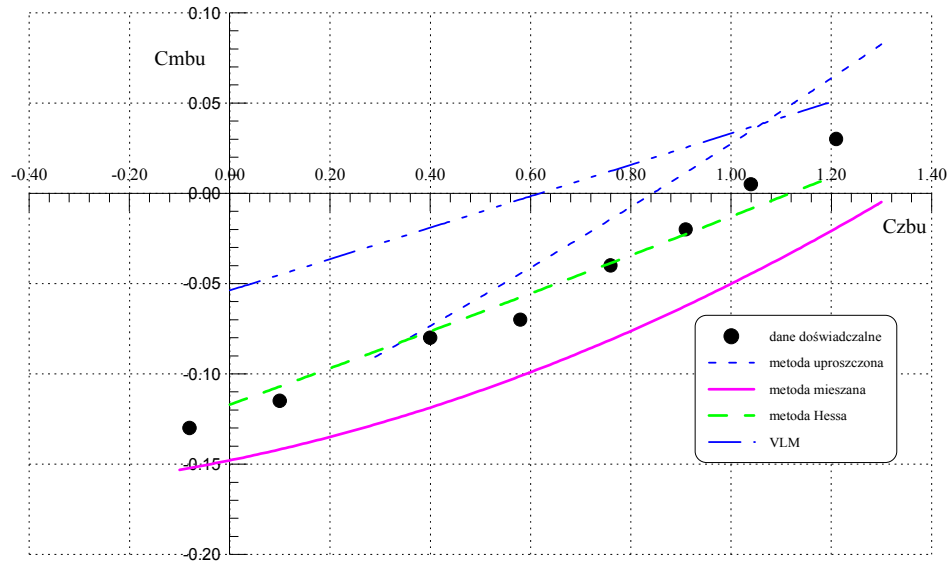
Rys. 15 i 16 przedstawiają współczynnik siły nośnej oraz współczynnik momentu pochylającego w funkcji kąta natarcia układu skrzydło-kadłub. Zgodność z eksperymentem wartości współczynników jest najlepsza dla metody pełnej, zwłaszcza dla współczynnika momentu pochylającego. Mimo pewnych rozbieżności dla pozostałych metod obliczeniowych zwraca uwagę dobra zgodność pochodnych względem kąta natarcia.

Samolot I23, układ skrzydło-kadłub - współczynnik siły nośnej w funkcji kąta natarcia



Rys.15

Samolot I23, układ skrzydło-kadłub - współczynnik momentu pochylającego w funkcji współczynnika siły nośnej



Rys.16

Kolejne rezultaty to wyniki obliczeń symetrycznych pochodnych stateczności względem prędkości  $w$  oraz względem prędkości kątowej  $q$ . Obliczenia wykonano metodą VLM oraz pełną metodą panelową niskiego rzędu i porównano z wynikami obliczeń metodami uproszczonymi [8,9]. Rezultaty obliczeń przedstawiono w tabelach 2 i 3.

Tabela 2

|                           | <b>Cmq</b>     | <b>Czq</b>   | <b>Cxq</b>   |
|---------------------------|----------------|--------------|--------------|
| <b>metody uproszczone</b> | <b>-10.977</b> | <b>7.153</b> | <b>0.163</b> |
| <b>VLM</b>                | <b>-9.970</b>  | <b>5.590</b> | <b>0.629</b> |
| <b>metoda Hessa</b>       | <b>-10.850</b> | <b>6.642</b> | <b>0.361</b> |

Tabela 3

|                           | <b>Cmw</b>    | <b>Czw</b>   | <b>Cxw</b>   |
|---------------------------|---------------|--------------|--------------|
| <b>metody uproszczone</b> | <b>-1.145</b> | <b>5.942</b> | <b>0.657</b> |
| <b>VLM</b>                | <b>-0.868</b> | <b>5.400</b> | <b>0.173</b> |
| <b>metoda Hessa</b>       | <b>-1.146</b> | <b>5.672</b> | <b>0.496</b> |

Jak widać z zamieszczonych wyników wszystkie metody dają bardzo zbliżone wyniki dla pochodnych współczynnika siły nośnej oraz momentu. Duże rozbieżności występują jedynie dla pochodnych współczynnika oporu co jest zrozumiałe biorąc pod uwagę duże uproszczenia modelu fizycznego prezentowanych metod obliczeniowych.

## 5. Podsumowanie

Trzy różne metody obliczeniowe zastosowane do wyznaczenia rozkładu ciśnień na powierzchniach nośnych płata wymagają różnych czasów przygotowania danych wejściowych i różnych czasów obliczeń, zarówno współczynników wpływowych jak i czasów niezbędnych do rozwiązania układu równań. Stosunkowo najłatwiejsza jest parkietyzacja dla VLM. Nawet jeżeli płat (lub płyty) mają skomplikowaną geometrię, to zawsze można podzielić obrys płata na skończony zbiór superpaneli w kształcie trapezów. Podział każdego z trapezów na dowolną liczbę paneli może być dokonany przez komputer. Dane każdego panelu (np. współrzędne

naroży, skos krawędzi natarcia, wznios, współrzędne punktów źródłowych i punktów kolokacji, cięciwa i wysokość) mogą być zapisane do pamięci operacyjnej lub masowej (przy bardzo dużej liczbie paneli). Szczegóły algorytmu podziału przedstawione są w [5, s.105]. Parkietyzacja w metodzie Hessa jest zdecydowanie bardziej pracochłonna i wymaga zadania siatki współrzędnych na całej powierzchni samolotu. Każdy z trapezów siatki musi posiadać współrzędne leżące w jednej płaszczyźnie, czyli nie może być trapezem skręconym. Wygenerowanie współrzędnych takiej siatki jest poważnym problemem samym w sobie. Wiele programów profesjonalnych posiada odpowiednie „preprocesory”, które kodują współrzędne siatki na podstawie współrzędnych obrysu w wybranych przekrojach płata i kadłuba. W niniejszej pracy kodowanie współrzędnych siatki dokonano za pomocą specjalnie napisanego zbioru procedur, które umożliwiają automatyczne zagęszczanie siatki. Wyznaczenie współczynników wpływu jest również zdecydowanie bardziej czasochłonne w metodzie Hessa (wzory 29) niż w VLM (wzory 14), gdyż wymaga wykonania numerycznych całkowań i różniczkowań. Metoda Hessa wymaga również dołączenia do pakietu podstawowego tzw. „postprocesora”, który potrafi przedstawić graficznie przebiegi ciśnień, zarówno na dolnej jak i górnej powierzchni nośnej płata i kadłuba. Analogiczne prezentacje wyników VLM są zdecydowanie prostsze. Reasumując stwierdzamy, że na każdym etapie obliczeń metoda Hessa wymaga zdecydowanie większego nakładu pracy niż VLM. Ponieważ VLM nie może uwzględnić wpływu grubości kadłuba na opływ, więc zdecydowano się przetestować również metodę mieszaną, posiadającą wady (spora pracochłonność przy kodowaniu współrzędnych kadłuba) ale i zalety obu metod (zwiększona dokładność, uwzględnienie wpływu grubych kadłubów, łatwiejsze kodowanie współrzędnych płatów).

Wyniki przeprowadzonych obliczeń wskazują, że metoda panelowa niskiego rzędu (metoda Hessa) daje zaskakująco dobrą zgodność z wynikami eksperymentów, zarówno dla izolowanych płatów (Rys. 2-8), układów skrzydło-kadłub (Rys.10-13,15,16), oraz całego samolotu (tabela 2 i 3). Zwraca uwagę niezła zgodność gradientu charakterystyki  $C_z$  względem kąta natarcia  $\alpha$  obliczona metodą VLM (Rys.15) oraz nienajlepsza zgodność współczynnika momentu pochylającego  $C_{mb}$  otrzymana z VLM (Rys.16). Zgodność pochodnych aerodynamicznych względem współczynników  $C_m$  i  $C_z$  obliczonych metodą VLM można uznać za wystarczającą (Tabela 2), natomiast pochodne współczynnika oporu  $C_x$ , obliczone z VLM są obarczone zbyt dużym błędem. Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe wyniki i porównania możemy stwierdzić, że metoda panelowa niskiego rzędu (metoda Hessa) wymaga dużego nakładu pracy przy kodowaniu danych oraz jest czasochłonna w obliczeniach ale daje wyniki bardzo dobrze zgodne z wynikami doświadczeń. Metoda siatki wirowej (VLM) jest prostsza ze względu na kodowanie danych i mniej czasochłonna w obliczeniach. Uzyskane wyniki mogą być cenną informacją o charakterystykach aerodynamicznych samolotu, szczególnie na etapie projektu wstępnego. VLM może dostarczyć wielu cennych informacji niezbędnych do analizy stateczności samolotu (np. pochodnych aerodynamicznych), choć niektóre z tych pochodnych mogą być obarczone sporymi błędami (pochodne współczynnika oporu). Wydaje się, że sporą szansą, na uzyskanie szybkich i dokładnych algorytmów, jest zastosowanie metody mieszanej choć należałoby w tym celu obliczyć, porównać i przeanalizować wszystkie pochodne aerodynamiczne obliczone metodami zarówno Hessa i VLM oraz metodą mieszaną.

## Bibliografia

- [1] HESS J.L.: Review of the Historical Development of Surface Source Methods, McDonnell Douglas Corporation, Douglas Aircraft Company, Long Beach, California, U.S.A., w "Computational Methods in Potential Aerodynamics "(Editor: L.Morino), Computational Mechanics Publications, 1985, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- [2] YATES Jr. E.C.: Unsteady Transonic Flows - Introduction, Current Trends, Applications, NASA Langley Research Center Hampton, Virginia, U.S.A., w "Computational Methods in Potential Aerodynamics "(Editor: L.Morino), Computational Mechanics Publications, 1985, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg.
- [3] GORAJ Z., PIETRUCHA J.: Modyfikacje modelu opływu potencjalnego dla polepszenia metody panelowej, „III Sympozjum Aerodynamiki Lotniczej”, Prace Instytutu Lotnictwa 4/1993 (135), Wydawnictwa Przemysłu Lotniczego, WPL Bis Sp. z o.o.
- [4] BERTIN J.J., SMITH M.L.: Aerodynamics for Engineers, Prentice-Hall International, Inc. London 1989
- [5] KULICKI P., LASEK M.: Zastosowanie metody panelowej do wyznaczania punktu neutralnego układu skrzydło-kadłub, XXXIV Sympozjon „Modelowanie w mechanice”, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Nr 1267, Seria Mechanika z.122, Gliwice 1995, pp.153-156
- [6] KATZ J., PLOTKIN A.: Low-Speed Aerodynamics, From Wing Theory to Panel Methods, McGraw-Hill, Inc., New York 1991
- [7] HESS J.L., SMITH A.M.O.: Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies, Progress in Aeronautical Sciences, Vol.8, (Ed. D.Küchemann), Pergamon Press, Oxford, 1967, pp.1-138
- [8] Engineering Sciences Data Unit, Sub-series Aerodynamics, 3A, Regent Street, London W1R 7AD, England (ESDU - Data Sheets)
- [9] GORAJ Z., Obliczenia sterowności równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym, Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1984
- [10] SINGH N., AIKAT S., BASU B.C.: Incompressible potential flow about complete aircraft configurations, Aeronautical Journal, November 1989, pp.335-343
- [11] SINGH N., BANDYOPADHYAY G., BASU B.C.: Calculation of Potential Flow About Arbitrary Three Dimensional Wings Using Internal Singularity Distributions, The Aeronautical Quarterly Vol.XXXIV, Part 3, August 1983, pp.335-343
- [12] HESS J.L.: Calculation of potential flow about three-dimensional lifting bodies, Final Technical Report. McDonnell Douglas Report No. MOC J5679-01, October 1972
- [13] SYTSMA H.S., HEWIT B.L., RUBBERT P.E.: A comparison of panel methods for subsonic flow computation, AGARD-AG 241, May 21, 1971
- [14] ABBOT I.H., von DOENHOFF A.E., STIVERS, Jr L.S.: Summary of Airfoil Data, Report No.824, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Langley Field, Va.
- [15] GORAJ Z.: Niestacjonarne teorie pneumatyka i płyta i ich zastosowanie do analizy Shimmy samolotu, Prace Naukowe, Mechanika z.146, Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1991.